Μαθηματικά

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

β΄ τεύχος

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ	**Κωνσταντίνος Βρυώνης,** Εκπαιδευτικός ΠΕ70 **Σπυρίδων Δουκάκης,** Εκπαιδευτικός ΠΕ03 **Βασιλική Καρακώστα,** Εκπαιδευτικός ΠΕ70 **Γεώργιος Μπαραλής,** Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΚΠΑ **Ιωάννα Σταύρου,** Εκπαιδευτικός ΠΕ70
ΚΡΙΤΕΣ–ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ	**Δέσποινα Πόταρη,** Καθηγήτρια ΕΚΠΑ **Δημήτριος Ζυμπίδης,** Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ70 **Μαρία Λάτση,** Εκπαιδευτικός ΠΕ70
ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ	**Σοφία Στασινοπούλου** **Γλυκερία Τσιμούρτου**
ΓΡΑΦΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ	**Δημήτριος Μπόντης**
ΟΡΓΑΝΩΣΗ & ΕΠΟΠΤΕΙΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΙΕΠ	**Αθανάσιος Σκούρας,** Σύμβουλος Α΄ ΥΠΠΕΘ
ΕΠΟΠΤΕΙΑ ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗΣ	**Κλεοπάτρα Μουρσελά,** Εισηγήτρια ΙΕΠ ΠΕ08
ΕΠΟΠΤΕΙΑ ΓΡΑΦΙΣΤΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ - ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ	**Ευάγγελος Συρίγος,** Ειδικός Σύμβουλος ΙΕΠ
ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ	**Ιουλιανή Βρούτση,** Εκπαιδευτικός ΠΕ02
ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	**ΙΤΥΕ ‘‘ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ’’**

Το παρόν εκπονήθηκε με την υπ. αρ. 21/16-06-2016 Πράξη του Δ.Σ. του ΙΕΠ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Γεράσιμος Κουζέλης
Πρόεδρος του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Κωνσταντίνος Βρυώνης Σπυρίδων Δουκάκης Βασιλική Καρακώστα
Γεώργιος Μπαραλής Ιωάννα Σταύρου

Μαθηματικά

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

β΄ τεύχος

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ενότητα 5

Κεφ. 25 Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί 7

Κεφ. 26 Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Αξία θέσης ψηφίου στους δεκαδικούς 9

Κεφ. 27 Η στρογγυλοποίηση στους δεκαδικούς αριθμούς 11

Κεφ. 28 Πρόσθεση και αφαίρεση με δεκαδικούς αριθμούς 13

Κεφ. 29 Ο πολλαπλασιασμός στους δεκαδικούς αριθμούς 15

Κεφ. 30 Η διαίρεση στους δεκαδικούς αριθμούς 17

Κεφ. 31 Η έννοια του ποσοστού 19

Κεφ. 32 Διαφορετικές εκφράσεις των αριθμών 21

5ο επαναληπτικό κεφάλαιο 23

ενότητα 6

Κεφ. 33 Οι αρνητικοί αριθμοί 27

Κεφ. 34 Γεωμετρικά και αριθμητικά μοτίβα 29

Κεφ. 35 Ισότητες και ανισότητες 31

6ο επαναληπτικό κεφάλαιο 33

ενότητα 7

Κεφ. 36 Μετράω και σχεδιάζω σε κλίμακες 37

Κεφ. 37 Προσανατολισμός στον χώρο 39

Κεφ. 38 Είδη γωνιών 41

Κεφ. 39 Μέτρηση γωνιών 43

Κεφ. 40 Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες 45

Κεφ. 41 Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές 47

Κεφ. 42 Καθετότητα – Ύψη τριγώνου 49

Κεφ. 43 Συμμετρία 51

Κεφ. 44 Κύκλος -Μήκος κύκλου 53

7ο επαναληπτικό κεφάλαιο 55

ενότητα 8

Κεφ. 45 Μονάδες μέτρησης του μήκους 59

Κεφ. 46 Γεωμετρικά σχήματα – Η περίμετρος 61

Κεφ. 47 Μονάδες μέτρησης της επιφάνειας 63

Κεφ. 48 Εμβαδό τετραγώνου, ορθογωνίου και ορθογώνιου τριγώνου 65

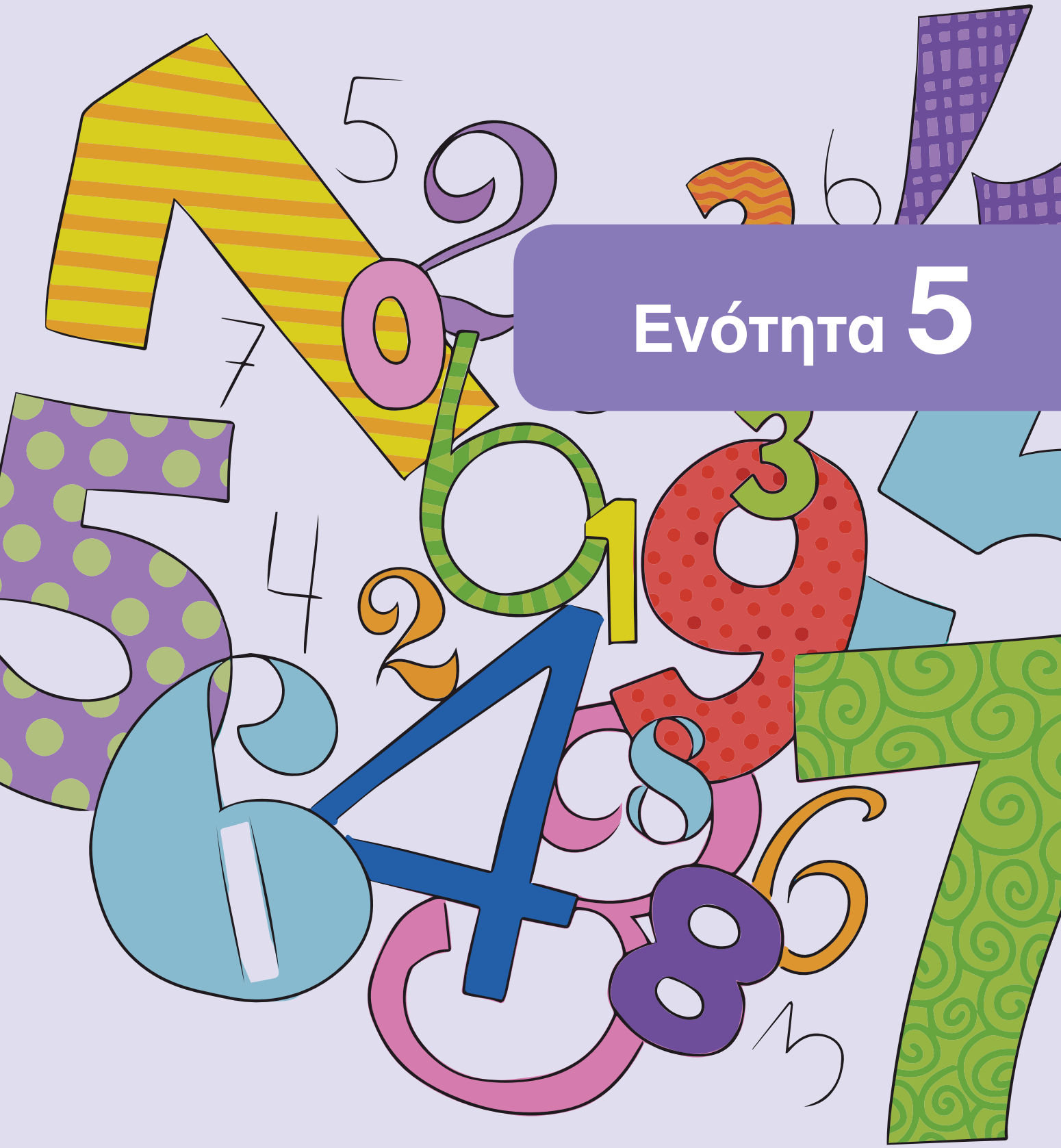
Κεφ. 49 Γεωμετρικά στερεά – Ο όγκος 67

Κεφ. 50 Μονάδες μέτρησης του όγκου και της χωρητικότητας 69

Κεφ. 51 Μονάδες μέτρησης της μάζας 71

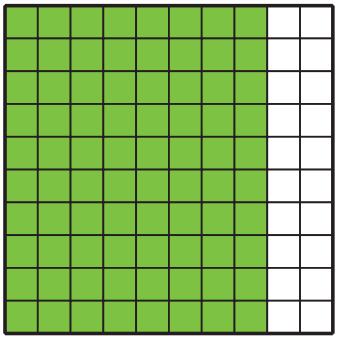
Κεφ. 52 Μονάδες μέτρησης του χρόνου 73

8ο επαναληπτικό κεφάλαιο 75



Ενότητα 5

Διερεύνηση



1. Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων ενός Δημοτικού Σχολείου έβαψε με πράσινο χρώμα μέρος ενός τοίχου του σχολείου.



α. Αναπαριστάνουμε με ένα τετράγωνο τον τοίχο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

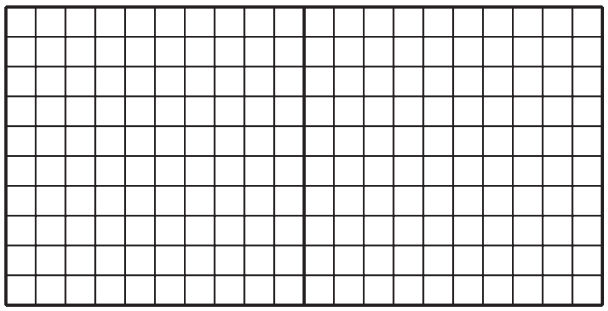
δεκαδικό κλάσμα: $\frac{\square}{10}$ ή $\frac{\square}{\square}$

δεκαδικό αριθμό: ..... ή .....



β. Παρατηρούμε με τον μεγεθυντικό φακό το τετράγωνο που αναπαριστάνει τον τοίχο. Κάθε τετραγωνάκι του είναι χωρισμένο σε ..... ίσα μέρη και επομένως η ακέραιη μονάδα είναι χωρισμένη σε ..... ίσα μέρη. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα με:

δεκαδικό κλάσμα: $\frac{.....}{1.000}$ **δεκαδικό αριθμό:** .....



2. Ο Σύλλογος Γονέων και Κηδεμόνων στη συνέχεια χρωμάτισε τη διπλάσια επιφάνεια.

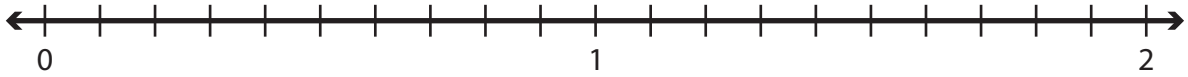
α. Χρωματίζουμε το μέρος της επιφάνειας του τοίχου που καλύφθηκε με πράσινο χρώμα και το εκφράζουμε με:

δεκαδικό κλάσμα	δεκαδικό αριθμό
$\frac{.....}{.....}$ ή $\frac{.....}{.....}$ ή $\frac{.....}{.....}$	..... ή ..... ή .....

β. Εκφράζουμε τα παραπάνω δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς με μεικτό αριθμό:

.....

γ. Τοποθετούμε τους αριθμούς $\frac{16}{10}$, $\frac{8}{10}$, **0,8** και **1,6** στην αριθμογραμμή.



Συζητάμε τον τρόπο με τον οποίο μετατρέπουμε τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Η ακέραιη μονάδα μπορεί να χωριστεί σε 10, 100, 1.000 ίσα μέρη κ.λπ. Τα **δέκατα**, τα **εκατοστά** και τα **χιλιοστά** της μονάδας μπορούμε να τα γράψουμε με κλάσμα ή δεκαδικό αριθμό.	• ένα **δέκατο:** $\frac{1}{10}$ ή 0,1 • ένα **εκατοστό:** $\frac{1}{100}$ ή 0,01 • ένα **χιλιοστό:** $\frac{1}{1.000}$ ή 0,001 • 1 = 10 δεκ. = 100 εκ. = 1.000 χιλ.
Τα κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 10, 100, 1.000 κ.λπ. ονομάζονται **δεκαδικά κλάσματα** και μπορούν να γραφτούν και με τη μορφή **δεκαδικών αριθμών** και το αντίστροφο.	$\frac{4}{10} = 0,4$ $\frac{32}{100} = 0,32$ $\frac{583}{100} = 5,83$ $0,543 = \frac{543}{1.000}$ $1,2 = \frac{12}{10}$ $3,31 = \frac{331}{100}$
• Οι **δεκαδικοί αριθμοί** έχουν δύο μέρη, ακέραιο και δεκαδικό, που χωρίζονται με **υποδιαστολή.** • **Το ακέραιο μέρος** δείχνει τις ακέραιες μονάδες. Το **δεκαδικό μέρος** δείχνει μέρη της ακέραιης μονάδας. • Στο δεκαδικό μέρος τα ψηφία είναι: 1 αν έχω χωρίσει την ακέραιη μονάδα σε 10 ίσα μέρη, 2 αν έχω χωρίσει σε 100, 3 αν έχω χωρίσει σε 1.000 κ.λπ.	38 ακέραιες μονάδες και 57 εκατοστά της ακέραιης μονάδας. ακέραιο μέρος (38) δεκαδικό μέρος (57) 38,57 υποδιαστολή (,)
• Ο δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφτεί και με τη μορφή μεικτού αριθμού.	$38,57 = \frac{3857}{100}$ ή $38,57 = 38\frac{57}{100}$

Εφαρμογή Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα

1. Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{3}{20}$ και $\frac{14}{5}$ σε δεκαδικούς αριθμούς.

Μετατρέπουμε σε ισοδύναμα δεκαδικά κλάσματα και έπειτα σε δεκαδικούς αριθμούς.

α. $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}$. Επομένως $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} =$ .....

β. $\frac{14}{5} = \frac{14 \times 2}{5 \times 2} = \frac{28}{10} = \frac{20}{10} + \frac{8}{10} = 2\frac{8}{10} = 2,8$ ή $\frac{14}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5} = 2\frac{4 \times 2}{5 \times 2} = 2\frac{8}{10} =$.....

2. Να μετατρέψετε τους δεκαδικούς αριθμούς 0,8 και 1,45 σε κλάσματα ή μεικτούς.

Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα και έπειτα τα δεκαδικά κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα κλάσματα.

α. $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} =$ —. **β.** $1,45 = \frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45}{100} = 1 + \frac{45:5}{100:5} = 1\frac{9}{20}$ ή —

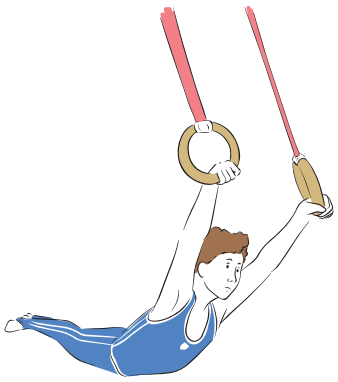
Αναστοχασμός

1. Σε έναν δεκαδικό αριθμό μικρότερο της ακέραιης μονάδας, ποιο είναι το ακέραιο μέρος;
2. Πώς μπορούμε να γράψουμε έναν φυσικό αριθμό με τη μορφή δεκαδικού αριθμού;
3. Πόσα δέκατα είναι ο δεκαδικός αριθμός 2,4; Πόσα εκατοστά είναι ο ίδιος αριθμός;

Διερεύνηση

Ο Έλληνας Ολυμπιονίκης Λευτέρης Πετρούνιας αναδείχτηκε Παγκόσμιος Πρωταθλητής στο άθλημα των κρίκων στις 7/10/2017 στο Μόντρεαλ του Καναδά. Στον πίνακα αναγράφονται οι επιδόσεις των έξι πρώτων αθλητών κατά τη σειρά με την οποία αγωνίστηκαν:

Χώρα	Αθλητής	Βαθμολογία
Ουκρανία	Ραντιβίλοφ	14,933
Τουρκία	Τσολάκ	15,066
Ρωσία	Αμπλιάζιν	15,333
Γαλλία	Αΐτ Σαΐντ	15,258
Ελλάδα	Πετρούνιας	15,433
Κίνα	Λιου	15,266



α. Παρατηρούμε τον πίνακα και απαντάμε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Ποιος αθλητής πήρε την υψηλότερη βαθμολογία; .....
2. Ποιος αθλητής πήρε τη χαμηλότερη βαθμολογία; .....
3. Ποιος αθλητής έχει βαθμολογία κοντά στο $15\frac{1}{2}$; .....

β. Τοποθετούμε τους παραπάνω αριθμούς στον πίνακα αξίας θέσης:

					x $\frac{1}{10}$	x $\frac{1}{100}$	x $\frac{1}{1.000}$
	x 100	x 10	x 1		x 0,1	x 0,01	x 0,001
Αριθμός	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	δέκατα	εκατοστά	χιλιοστά
				,			
				,			
				,			
				,			
				,			
				,			
	Ακέραιο μέρος			,	Δεκαδικό μέρος		

Υποδιαστολή

γ. Αναλύουμε τον αριθμό 15,258:

15,258 = (**1** x 10) + (**5** x 1) + (**2** x .....) + (**5** x .....) + (..... x 0,001) ή

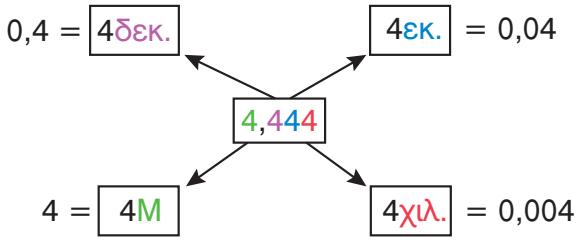
15,258 = (**1** x 10) + (**5** x 1) + (..... x $\frac{1}{10}$) + (..... x $\frac{1}{100}$) + (**8** x .....)

Στο δεκαδικό μέρος ποιο ψηφίο έχει τη μεγαλύτερη αξία; .....

δ. Γράφουμε σε σειρά τους παραπάνω αριθμούς του πίνακα από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο:

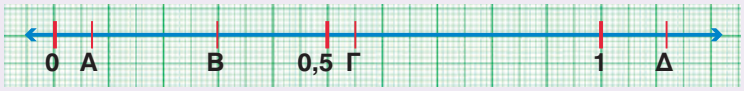
..... < ..... < ..... <

..... < ..... < .....

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Σε έναν δεκαδικό αριθμό **κάθε ψηφίο, ανάλογα με τη θέση** του στον αριθμό, έχει **διαφορετική αξία**.	
Μπορούμε να γράψουμε έναν δεκαδικό αριθμό: α. με ψηφία, β. με λέξεις.	α. 32,006 β. τριάντα δύο και έξι χιλιοστά
Οι δεκαδικοί αριθμοί, όπως και οι φυσικοί, μπορούν να αναλυθούν με το δεκαδικό τους ανάπτυγμα.	3,315 = 3 Μ + 3 δεκ. + 1 εκ. + 5 χιλ. = = (3 x1) + (3 x 0,1) + (1 x 0,01) + (5 x 0,001)
Ανάμεσα σε δύο δεκαδικούς αριθμούς **μεγαλύτερος** είναι αυτός που έχει **μεγαλύτερο ακέραιο μέρος**.	26,5 > 24,998 (γιατί 26 > 24)
Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς με το **ίδιο ακέραιο μέρος, συγκρίνουμε το δεκαδικό τους μέρος**, πρώτα τα δέκατα, μετά τα εκατοστά κ.λπ.	Συγκρίνω: 19,76 και 19,7499 • ίδιο ακέραιο μέρος (19 =19), • ίδια δέκατα (7=7), • διαφορετικά εκατοστά (6 > 4), • άρα 19,76 > 19,7499.

Εφαρμογή Τοποθετώ δεκαδικούς αριθμούς στην αριθμογραμμή

1. Να βρείτε τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία Α, Β, Γ και Δ της αριθμογραμμής:



Με βάση τα γνωστά σημεία πάνω στην αριθμογραμμή παρατηρούμε ότι η ακέραιη μονάδα είναι χωρισμένη σε 100 ίσα μέρη. Επομένως:

Α→0,07 Β→ ..... Γ→..... Δ→.....

2. Να τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή το ένα εκατοστό και το ένα χιλιοστό:



3. Να τοποθετήσετε πάνω στην αριθμογραμμή τους αριθμούς 1,4 και 1,40:



Αναστοχασμός

1. Αν προσθέσουμε ένα μηδέν στο τέλος ενός δεκαδικού αριθμού, αλλάζει η αξία του;
2. Γράφουμε δεκαδικούς αριθμούς από τους οποίους ο ένας είναι 100 φορές μεγαλύτερος από τον άλλο.
3. Βρίσκουμε έναν δεκαδικό αριθμό που βρίσκεται ανάμεσα στο 3,74 και το 3,75.

Διερεύνηση

1. Συχνά στην καθημερινή ζωή κάνουμε **εκτιμήσεις** για διάφορες καταστάσεις.

Για να αγοράσω 2 κιλά κουτσομούρες και 1 κιλό μουρμούρες, θα χρειαστώ περίπου 43 €.



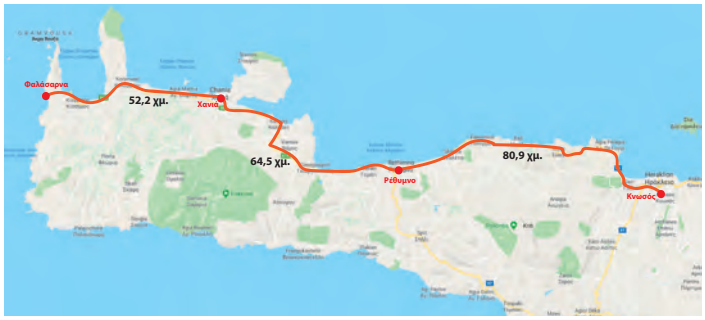
Το ύψος του πεύκου είναι περίπου 16 μέτρα.



α. Υπολόγισε σωστά η Αγγελική τα χρήματα που θα χρειαστεί, για να αγοράσει ψάρια; Γιατί πολλοί έμποροι δίνουν στα προϊόντα τους τιμές που τελειώνουν σε 0,99;

β. Τι νομίζετε ότι έλαβε υπόψη του ο Νίκος, για να εκτιμήσει το ύψος του πεύκου;

2.

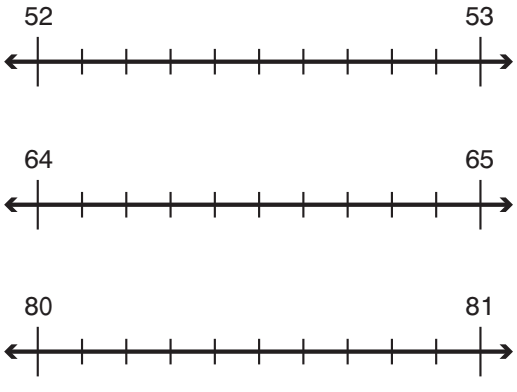


Η απόσταση από τα Φαλάσαρνα στην Κνωσό είναι περίπου 198 χμ.



α. Σε ποιο ψηφίο **στρογγυλοποίησε** τους αριθμούς η Δανάη; .....

β. Τοποθετούμε τους δεκαδικούς αριθμούς που δείχνουν τις χιλιομετρικές αποστάσεις στις διπλανές αριθμογραμμές. Σε ποιον φυσικό αριθμό είναι κάθε δεκαδικός αριθμός πιο κοντά;



Στρογγυλοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς με τη βοήθεια των αριθμογραμμών. Εξηγούμε τη σκέψη μας.

.....

.....

.....

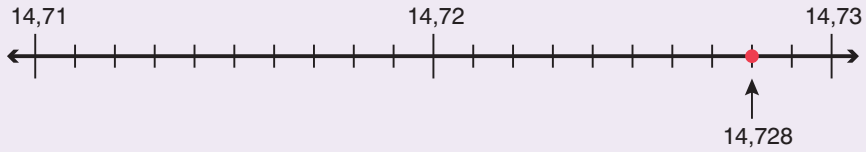
Συζητάμε διαφορές ανάμεσα στις έννοιες «εκτίμηση» και «στρογγυλοποίηση». Δίνουμε παραδείγματα.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Η **εκτίμηση** είναι ένα χρήσιμο εργαλείο στην καθημερινή ζωή, γιατί μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε κατά προσέγγιση διάφορα μεγέθη.	• Το μήκος του μολυβιού είναι περίπου 8 εκ. • Το ταξίδι θα διαρκέσει περίπου 2,5 ώρες. • Το γινόμενο 7,99 x 2,47 είναι περίπου 8 x 2,5 = 20.
Η **στρογγυλοποίηση** στους δεκαδικούς αριθμούς γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς. 1. Προσδιορίζουμε τη **θέση** του ψηφίου του αριθμού στην οποία θα κάνουμε τη στρογγυλοποίηση. 2. Εξετάζουμε **το ψηφίο που βρίσκεται στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση**. Αν είναι: ► **0, 1, 2, 3 ή 4,** τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0. ► **5, 6, 7, 8 ή 9,** τότε αντικαθιστούμε το ψηφίο αυτό και όλα όσα είναι δεξιά του με το 0 και αυξάνουμε κατά μία μονάδα το ψηφίο της θέσης στην οποία κάνουμε τη στρογγυλοποίηση.	Στρογγυλοποιούμε στα δέκατα τους αριθμούς: α. 23,846 β. 23,876. α. Στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση από το 8 είναι το 4. Τα ψηφία 4, 6 θα αντικατασταθούν με 0. Ο αριθμός θα γίνει: 23,800 ή 23,8. β. Στην αμέσως επόμενη δεξιά θέση από το 8 είναι το 7. Το ψηφίο 8 στα δέκατα θα αντικατασταθεί με το 9 και τα ψηφία 7, 6 θα αντικατασταθούν με το ψηφίο 0. Ο αριθμός θα γίνει: 23,900 ή 23,9.

Εφαρμογή

1. **Το σχολείο θέλει να αγοράσει 5 μπάλες ποδοσφαίρου καθεμία από τις οποίες κοστίζει 19,87 €. Θα φτάσουν 100 € για την αγορά αυτή;**
   - Ο αριθμός 19,87 μπορεί να στρογγυλοποιηθεί στον αριθμό 20. Είναι 5 x 20 = ...
   - Επομένως τα 100 € φτάνουν και θα περισσέψουν μερικά λεπτά του ευρώ.

2. **Να στρογγυλοποιήσετε τον δεκαδικό αριθμό 14,728 στα εκατοστά με τη βοήθεια της αριθμογραμμής:**



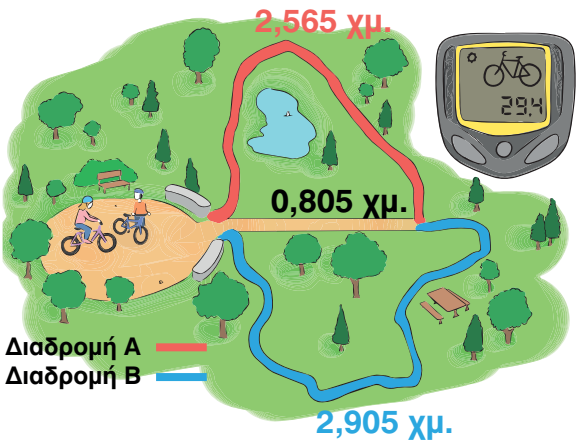
Ο αριθμός 14,728 βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς 14,72 και 14,73 και είναι πιο κοντά στο ..... από ό,τι στο ..... . Η στρογγυλοποίησή του στα εκατοστά δίνει τον αριθμό ..... .

Αναστοχασμός

1. Εξηγούμε γιατί ο αριθμός 9,5 που στην αριθμογραμμή βρίσκεται ακριβώς στη μέση ανάμεσα στο 9 και στο 10, στρογγυλοποιείται στο 10 και όχι στο 9.
2. Το πλάτος ενός τζαμιού είναι 0,76 μ. Επειδή έσπασε και θέλουμε να παραγγείλουμε καινούργιο, μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό στα δέκατα;

Διερεύνηση

Ο Νίκος και η Αγγελική έκαναν μια βόλτα στο βουνό με τα ποδήλατά τους.
Στην αρχή της διαδρομής το ταχύμετρο στο ποδήλατο του Νίκου έδειχνε 26,030 χμ. και στο τέλος της διαδρομής 29,4 χμ. Ποια διαδρομή ακολούθησε μαζί με την Αγγελική;



Λύση

1. Υπολογίζουμε το μήκος της διαδρομής Α και της διαδρομής Β:

Διαδρομή Α

Χρησιμοποιώντας το υλικό δεκαδικής βάσης

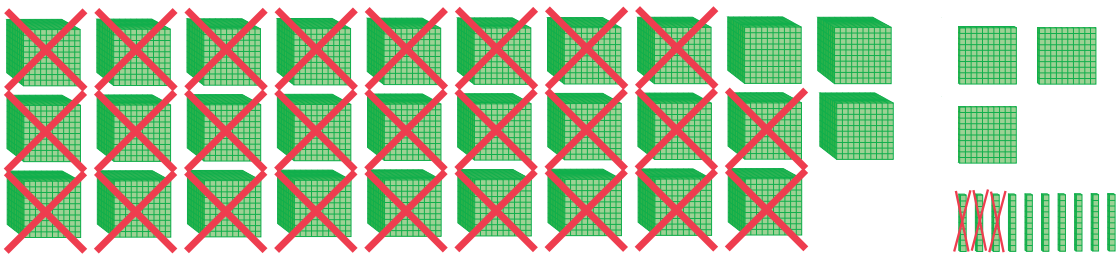
Αριθμός	Μονάδες	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
2,565				
0,805				
.....				

Διαδρομή Β

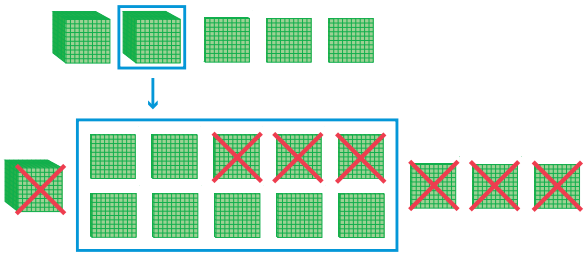
Υπολογίζοντας με κάθετη πράξη

Γράφουμε στον παραπάνω πίνακα τον αριθμό που βρήκαμε.

2. Υπολογίζουμε τη χιλιομετρική απόσταση που διένυσαν τα παιδιά χρησιμοποιώντας το υλικό δεκαδικής βάσης: 29,4 – 26,03 = ... χμ.



Απάντηση:
Τα παιδιά ακολούθησαν τη διαδρομή .....

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
• Στους δεκαδικούς αριθμούς προσθέτουμε ή αφαιρούμε μέρη ίδιας αξίας: χιλιοστά με χιλιοστά, εκατοστά με εκατοστά, δέκατα με δέκατα, μονάδες με μονάδες κ.λπ. • Στις κάθετες πράξεις προσέχουμε κάθε ψηφίο ίδιας αξίας να είναι το ένα κάτω από το άλλο.	12,8 + 4,9 = 17,7 ΔΜ ΜΟ Δ Ε Κ Χ Λ 16,784 + 12,818 29,602 8,25 - 3,12 = 5,13 ΔΜ ΜΟ Δ Ε Κ Χ Λ 14,200 - 8,097 6,103
Στην **αφαίρεση** δεκαδικών αριθμών ορισμένες φορές χρειάζεται να μετατρέψουμε ακέραιες μονάδες του μειωτέου σε δέκατα, εκατοστά ή χιλιοστά, ώστε να κάνουμε την αφαίρεση.	2,3 -1,6 = 0,7 
Στην πρόσθεση, αν αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα.	3,2 + 5,7 = 8,9 και 5,7 + 3,2 = 8,9
Σε μια πρόσθεση πολλών αριθμών, αν αλλάξουμε τα ζευγάρια των προσθετέων, το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δεν αλλάζει.	(0,58 + 0,25) + 0,75 = 0,83 + 0,75 = 1,58 ή 0,58 + (0,25 + 0,75) = 0,58 + 1 = 1,58

Εφαρμογή

Η Αγγελική αγόρασε ένα βιβλίο αξίας 12, 80 € και ένα κουτί με μαρκαδόρους αξίας 6,35 €. Αν είχε 50 €, πόσα ρέστα πήρε;

α. Κάνουμε **εκτίμηση** του αποτελέσματος, για να αποφύγουμε πιθανά λάθη στις πράξεις:
12,80 + 6,35 είναι περίπου 13 + 6 =19 € . Άρα 50 – 19 = 31 € περίπου ήταν τα ρέστα.

β. Υπολογίζουμε ακριβώς: 12,80 + 6,35 = ...€ πλήρωσε.
Τα ρέστα που πήρε ήταν 50 – 19,15 = 50,00 – 19,15 = ... € .
(Για ευκολία στην αφαίρεση προσθέτουμε μηδενικά στο τέλος του αριθμού με τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία).

γ. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα: Πρέπει να είναι κοντά στην εκτίμηση που κάναμε.

Αναστοχασμός

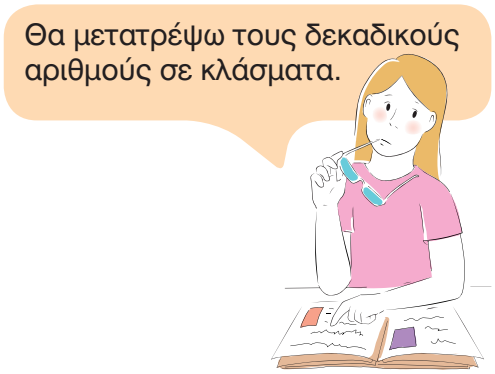
1. Ποιος αριθμός προκύπτει, αν προσθέσουμε ένα δέκατο στον δεκαδικό αριθμό 2,9;
2. Βρίσκουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς με άθροισμα περίπου 9.
3. Βρίσκουμε δύο αριθμούς με διαφορά μεγαλύτερη από 2,5 και μικρότερη από 3.
4. Βρίσκουμε το άθροισμα 5 χιλιοστά και 40 εκατοστά και 10 μονάδες.

Διερεύνηση

1. Αξιοποιούμε τις ιδέες των παιδιών και υπολογίζουμε το γινόμενο **0,8 x 0,4** με διαφορετικούς τρόπους:

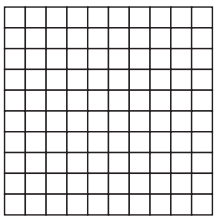
α. Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα.

0,8 x 0,4 = $\frac{\square}{\square}$ x $\frac{\square}{\square}$ = $\frac{\square}{\square}$ = ...



- Συζητάμε αν το γινόμενο θα είναι ίδιο αλλάζοντας τη σειρά των παραγόντων.

β. Χρησιμοποιούμε μοντέλα αναπαράστασης





Έχω ένα μέρος της ακέραιης μονάδας, το 0,4. Θέλω να βρω το 0,8 του 0,4. Θα χρησιμοποιήσω το τετράγωνο, για να αναπαραστήσω την ακέραιη μονάδα.

- Χρησιμοποιούμε το παραπάνω μοντέλο αναπαράστασης και χρωματίζουμε τα μέρη της ακέραιης μονάδας, για να βρούμε το γινόμενο **0,8 x 0,4**. Είναι: 0,8 x 0,4 = ...

γ. Κάνουμε την πράξη κάθετα



Για να δω πού θα βάλω την υποδιαστολή κάνω εκτίμηση. Το γινόμενο 0,8 x 0,4 ισούται περίπου με 1 x 0,4 = 0,4.

8 x 4 = 32. Οπότε 0,8 x 0,4= 0,32.

8	**x**	**4**	**=**	**32**
↓:10		↓:10		↓:100
0,8	**x**	**0,4**	**=**	**0,32**



$$\begin{array}{r} 0,8 \\ \times 0,4 \\ \hline 32 \\ +00 \\ \hline 0,32 \end{array}$$

- Υπολογίζουμε στο τετράδιό μας με κάθετη πράξη το γινόμενο 3,4x1,06 και χρησιμοποιούμε τους παραπάνω τρόπους, για να βάλουμε την υποδιαστολή.

Περιγράφουμε όλες τις παραπάνω στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

2. Χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή τσέπης, για να υπολογίσουμε τα γινόμενα:



α. 2,85 x **10** = ... β. 2,85 x **100** = ... γ. 2,85 x **1.000** = ...

δ. 2,85 x **0,1** = ... ε. 2,85 x **0,01** = ... στ. 2,85 x **0,001** = ...

Τι συνέβη στον δεκαδικό αριθμό, όταν τον πολλαπλασιάσαμε με τους παραπάνω αριθμούς; Γιατί;

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Όταν **πολλαπλασιάζουμε** δεκαδικούς αριθμούς ή δεκαδικό αριθμό με φυσικό αριθμό: α. Κάνουμε εκτίμηση του γινομένου. β. Κάνουμε την πράξη κάθετα, σαν να ήταν οι παράγοντες φυσικοί αριθμοί, και έπειτα τοποθετούμε την υποδιαστολή στη σωστή θέση. γ. Ελέγχουμε το γινόμενο με βάση την εκτίμησή μας.	4,16 x 3,2 = **α. Κάνω εκτίμηση:** 4x3=12 **β. Υπολογίζω:** 4,16x3,2=13,312 **γ. Ελέγχω:** Το 13,312 είναι κοντά στο 12. **4,16 x 3,2 / 832 / + 1248 / 13,312**
Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα.	4,16 x 3,2 x 1,2 = 3,2 x 1,2 x 4,16 = 13,312
Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000, ο αριθμός μεγαλώνει 10, 100, 1.000 φορές αντίστοιχα. Επομένως η υποδιαστολή μετακινείται 1, 2 ή 3 θέσεις δεξιά αντίστοιχα.	10 x 3,4 = 34 100 x 3,4 = 340 (συμπληρώνω ένα μηδενικό).

Εφαρμογή

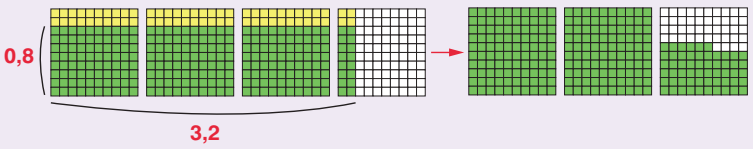
Να υπολογίσετε το γινόμενο 0,8 x 3,2.

α. Κάνουμε **εκτίμηση** του αποτελέσματος: 0,8 x 3,2 είναι περίπου 1 x 3 = 3.

β. Υπολογίζουμε ακριβώς:

α΄ τρόπος: $0,8 \times 3,2 = \frac{8}{10} \times \frac{32}{10} = \frac{8 \times 32}{100} = \frac{256}{100} =$ .....

β΄ τρόπος: Χρησιμοποιούμε μοντέλα αναπαράστασης.



Το τετράγωνο αναπαριστά την ακέραιη μονάδα.
Ζωγραφίζουμε με κίτρινο χρώμα το 3,2. Μετά με πράσινο χρώμα ζωγραφίζουμε το 0,8 από το 3,2. Μετράμε και αναδιατάσσουμε τα πράσινα τετραγωνάκια. Με τον παραπάνω τρόπο αναπαραστήσαμε τον δεκαδικό αριθμό 2,56.

γ. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα: Το 2,56 είναι κοντά στο 3.

γ΄ τρόπος:
Κάνουμε την πράξη κάθετα.

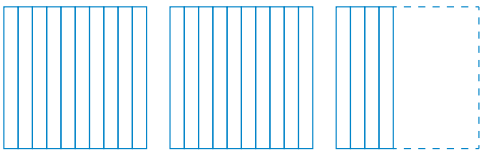
0,8
x 3,2
16
+24
2,56

Αναστοχασμός

1. Ποιος αριθμός προκύπτει, αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό 2,5 με 10 εκατοστά;
2. Όταν πολλαπλασιάζουμε δυο δεκαδικούς αριθμούς μικρότερους από το 1, το γινόμενό τους είναι μικρότερο από τον κάθε αριθμό ξεχωριστά. Εξηγούμε γιατί συμβαίνει αυτό.

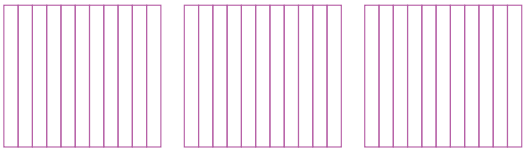
Διερεύνηση

1. Υπολογίζουμε το πηλίκο **2,4 : 4**.



- Χρησιμοποιούμε το μοντέλο αναπαράστασης, για να βρούμε το πηλίκο **2,4 : 4**.
- Είναι 2,4 : 4 = ...

2. Υπολογίζουμε το πηλίκο **3 : 0,6**.



α΄ τρόπος: Υπολογίζουμε πόσες φορές χωρά το 0,6 στις 3 ακέραιες μονάδες. Επομένως 3 : 0,6 = ...

β΄ τρόπος: Κάνουμε την πράξη ακολουθώντας τη συμβουλή του Νίκου.

Μπορούμε να μετατρέψουμε τον διαιρέτη σε φυσικό αριθμό και ταυτόχρονα να αλλάξουμε τον διαιρετέο.



3. Η Αγγελική θέλει να μοιράσει εξίσου σε 4 βαζάκια 134 γραμμάρια μαρμελάδας. Πόσα γραμμάρια μαρμελάδας θα βάλει σε κάθε βαζάκι;



Αφού είναι 4 βαζάκια, θα κάνω διαδοχικές αφαιρέσεις του 4 από το 134.

Θα βρω ένα πολλαπλάσιο του 4 που πλησιάζει στο 134.
4 x 30=120 (μένουν 14), 4 x 3=12 (μένουν 2), 4 x 0,5=2 (μένουν 0).
Άρα σε κάθε βαζάκι θα βάλουμε 33,5 γραμμάρια μαρμελάδας.



Συζητάμε πώς η σκέψη του Νίκου μας οδηγεί στην κάθετη πράξη.

Από τον τρόπο του Νίκου ➡	**στην κάθετη πράξη της διαίρεσης**
4 x 30 = 120 μονάδες	30 φορές (3 δεκάδες) χωράει το 4 στο 134.
4 x 3 =12 μονάδες	3 φορές (3 μονάδες) χωράει το 4 στο 14.
Το υπόλοιπο είναι 2 μονάδες που τις μετατρέπουμε σε 20 δέκατα.	Το υπόλοιπο είναι 2 μονάδες που τις μετατρέπουμε σε 20 δέκατα.
4 x 5 = 20 δέκατα	0,5 φορές (5 δέκατα) χωράει το 4 στο 2.

134	4
- 12	33,5
14	
- 12	
20	

4. Χρησιμοποιούμε την **αριθμομηχανή τσέπης**, για να υπολογίσουμε τα πηλίκα:



α. 8,25 : **10** = ... β. 82,5 : **100** = ... γ. 825 : **1.000** = ...

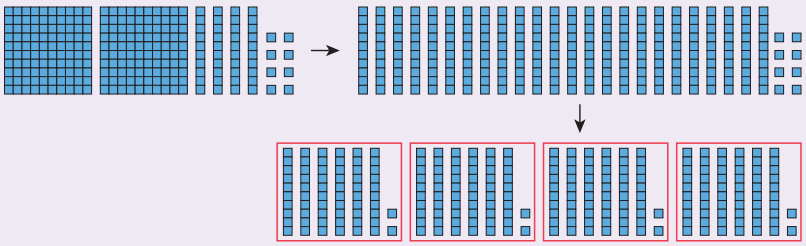
δ. 8,25 : **0,1** = ... ε. 82,5 : **0,01** = ... στ. 825 : **0,001** = ...

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να διαιρέσουμε φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς με φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς, μπορούμε να εργαστούμε, όπως μάθαμε, με πολλούς τρόπους.	
Σε μια κάθετη διαίρεση φυσικού ή δεκαδικού αριθμού με φυσικό αριθμό: α. διαιρούμε τις ακέραιες μονάδες, β. μετατρέπουμε το υπόλοιπο σε δέκατα και προσθέτουμε ταυτόχρονα τα δέκατα που μπορεί να έχει ο Διαιρετέος, γ. βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο, γιατί μετά διαιρούμε τα δέκατα της ακέραιης μονάδας, δ. διαιρούμε τα δέκατα της μονάδας, ε. μετατρέπουμε το νέο υπόλοιπο σε εκατοστά, προσθέτουμε τα εκατοστά που μπορεί να έχει ο Διαιρετέος και συνεχίζουμε τη διαίρεση.	7 | 4 -4 | 1,75 30 -28 20 -20 00 3,48 | 4 -0 | 0,87 34 -32 28 -28 00
Στη διαίρεση, αν πολλαπλασιάσουμε Διαιρετέο και διαιρέτη με τον ίδιο αριθμό, το πηλίκο δεν αλλάζει.	3,2 : 0,25 = (3,2x100) : (0,25x100) = = 320 : 25 = 12,8
Όταν διαιρούμε έναν φυσικό ή δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000, ο αριθμός μικραίνει, αντίστοιχα, 10, 100, 1.000 φορές. Επομένως η υποδιαστολή μετακινείται, αντίστοιχα, 1, 2 ή 3 θέσεις αριστερά.	3,4 : 10 = 0,34 3,4 : 100 = 0,034 3 : 1.000 = 0,003

Εφαρμογή

Να υπολογίσετε το πηλίκο 2,48 : 4.

α΄ τρόπος: Χωρίζουμε τις 2 ακέραιες μονάδες, τα 4 δέκατα και τα 8 εκατοστά σε ..... ίσα μέρη. Επομένως 2,48 : 4 = ...



2,48 | 4

β΄ τρόπος: Κάνουμε τη διαίρεση κάθετα.

Αναστοχασμός

1. Όταν διαιρούμε έναν δεκαδικό ή φυσικό αριθμό με το 0,1 ή το 0,01 ή το 0,001, το πηλίκο είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από τον διαιρετέο; Εξηγούμε την απάντησή μας.
2. Πότε το πηλίκο μιας διαίρεσης είναι μικρότερο από το 1;

Διερεύνηση

1.











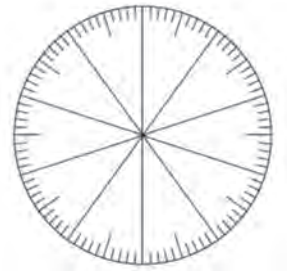
Παρατηρούμε τις εικόνες. Συζητάμε τι εκφράζουν οι αριθμοί.

2. Στον παρακάτω πίνακα καταγράφονται οι απαντήσεις των 200 μαθητών και μαθητριών ενός δημοτικού σχολείου στα ερωτήματα μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε στο σχολείο τους.

Τι τρώω για πρωινό;	
Απαντήσεις	**Ποσοστό**
γάλα	45%
γάλα με δημητριακά	38%
χυμός πορτοκαλιού	17%

Συζητάμε τι εκφράζει κάθε ποσοστό.

α. Χρωματίζουμε στο κυκλικό διάγραμμα τα ποσοστά που εκφράζουν το μέρος των μαθητών και μαθητριών που έδωσε την κάθε απάντηση.



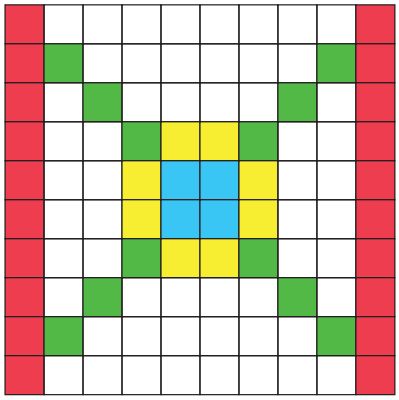
β. Βρίσκουμε το πλήθος των μαθητών και μαθητριών που έδωσε την καθεμία απάντηση.

	γάλα	**γάλα με δημητριακά**	**χυμός πορτοκαλιού**
πλήθος μαθητών/ μαθητριών			

γάλα
γάλα με δημητριακά
χυμός πορτοκαλιού

3. Ο Αντρέι, κατά τη διάρκεια της επίσκεψής του σε ένα εργαστήριο ψηφιδωτών, έφτιαξε το τετράγωνο ψηφιδωτό της παρακάτω εικόνας. Εκφράζουμε το μέρος της επιφάνειας του ψηφιδωτού που καλύπτεται με:

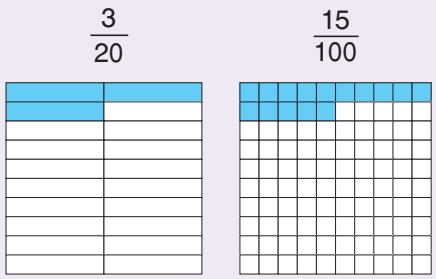
Χρώμα	**Με δεκαδικό αριθμό**	**Με κλάσμα με παρονομαστή το 100**	**Με ποσοστό στα εκατό (%)**
κόκκινο			
πράσινο			
κίτρινο			
μπλε			



Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Το ποσοστό εκφράζει το μέρος μιας ποσότητας. Το **ποσοστό στα εκατό (%)** είναι ένα μέρος από τα 100 ίσα μέρη στα οποία χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα.	• Τα 25% των 200 κιλών λάδι. Χωρίζουμε το 200 σε 100 ίσα μέρη και παίρνουμε τα 25 από αυτά. 200 : 100 = 2 και 2 x 25 = 50 κιλά.
Το **ποσοστό στα εκατό (%)** μπορεί να εκφραστεί με **δεκαδικό κλάσμα με παρονομαστή το 100** και με **δεκαδικό αριθμό**.	$40\% = \frac{40}{100} = 0{,}40$
Η ποσότητα που εκφράζει ένα ποσοστό εξαρτάται από την τιμή στην οποία αναφέρεται.	• 20% των 80 € είναι 16 €. • 20% των 120 € είναι 24 €.

Εφαρμογή

1. Να εκφράσετε με ποσοστό στα εκατό (%) το κλάσμα $\frac{3}{20}$.



α΄ τρόπος: Βρίσκουμε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{3}{20}$ με παρονομαστή το 100. Είναι: $\frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100} = 15\%$

β΄ τρόπος: Κάνουμε διαίρεση. Είναι: $\frac{3}{20} = 3{:}20 = 0{,}15 = 15\%$

2. Ο Νίκος, στην περίοδο των εκπτώσεων, αγόρασε μία μπάλα ποδοσφαίρου με έκπτωση 30%. Η αρχική τιμή της, πριν από την έκπτωση, ήταν 15 €. Πόσα € πλήρωσε;

α΄ τρόπος:

Σκέψη: Η έκπτωση είναι τα $\frac{30}{100}$ της αρχική τιμής, δηλαδή είναι τα $\frac{30}{100}$ του 15.

Λύση

Υπολογίζουμε την έκπτωση σε €. Είναι $\frac{30}{100} \times 15 = \frac{30 \times 15}{100} = \frac{450}{100} = 4{,}50$ ή

$\frac{30}{100} \times 15 = 0{,}30 \times 15 = 4{,}50$ ή $15{:}100 = 0{,}15$ και $0{,}15 \times 30 = 4{,}50$ €

Ο Νίκος πλήρωσε 15 – 4,50 = 10,50 €

β΄ τρόπος:

Σκέψη: Η έκπτωση είναι 30% , δηλαδή ο Νίκος πλήρωσε τα 70 % της αρχικής τιμής.

Λύση

Ο Νίκος πλήρωσε $\frac{70}{100} \times 15 = 0{,}70 \times 15 =$ 10,50 € ή $\frac{70}{100} \times 15 = \frac{70 \times 15}{100} = \frac{1.050}{100} = 10{,}50$ €

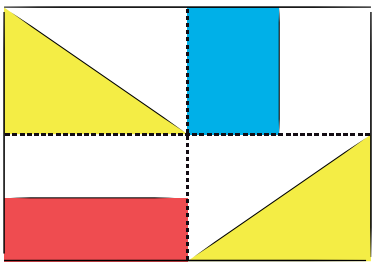
ή $15{:}100 = 0{,}15$ και $0{,}15 \times 70 = 10{,}50$ €

Αναστοχασμός

1. Εξηγούμε την πρόταση: «Η τιμή του πετρελαίου αυξήθηκε 8%»
2. Ένα παντελόνι που κόστιζε 90 € πωλείται με έκπτωση 50%. Ποια είναι η νέα τιμή του;
3. Βρίσκουμε παραδείγματα από την καθημερινή ζωή στα οποία χρησιμοποιούμε ποσοστά.

Διερεύνηση

1. Οι τέσσερις φίλοι φτιάχνουν μια πολύχρωμη σημαία για μια θεατρική παράσταση που ετοιμάζει η τάξη τους. Αφού κάθε παιδί ζωγράφισε ένα μέρος της σημαίας, μετά όλα τα παιδιά μαζί συζητάνε ποια χρώματα θα χρησιμοποιήσουν, για να ζωγραφίσουν το αχρωμάτιστο μέρος της σημαίας τους.



α. Βοηθάμε τα παιδιά να υπολογίσουν με διαφορετικούς τρόπους το μέρος της σημαίας που έχει μείνει ακόμα αχρωμάτιστο.

1. Ο Αντρέι και η Αγγελική υπολογίζουν με **κλάσματα**: .....

   .....

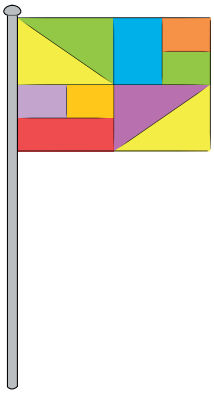
2. Η Δανάη υπολογίζει με **δεκαδικούς αριθμούς**: .....

   .....

3. Ο Νίκος υπολογίζει με **ποσοστά**: .....

   .....

β. Υπολογίζουμε το μέρος της σημαίας το οποίο, τελικά, τα παιδιά ζωγράφισαν κίτρινο και το εκφράζουμε με διαφορετικούς τρόπους.



.....

.....

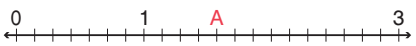
.....

.....

.....

2. Παρατηρούμε τις διπλανές εικόνες.

α.

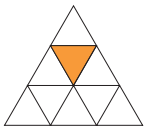


Με ποιον τρόπο μπορούμε να εκφράσουμε:

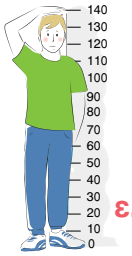
β.



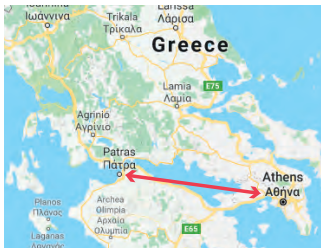
γ.



δ.



ε.



α. τον αριθμό που είναι στο σημείο Α της αριθμογραμμής; .....

β. τα λιπαρά που έχει το κουτί γάλα; .....

γ. το μέρος του μεγάλου τριγώνου που είναι το χρωματισμένο τρίγωνο; .....

δ. το ύψος του παιδιού; .....

ε. την απόσταση Αθήνα – Πάτρα; .....

Συζητάμε στην τάξη τις επιλογές μας.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Μπορούμε να εκφράσουμε μια ποσότητα ή ένα μέρος αυτής με φυσικό αριθμό, με δεκαδικό αριθμό, με κλασματικό ή μεικτό αριθμό ή και με ποσοστά.	• 180 λεπτά = 2,5 ώρες = $2\frac{1}{2}$ ώρες • $\frac{1}{2}$ της πίτας • το 0,5 του λίτρου • το 25% των 80 €

Εφαρμογή

Η Αγγελική έφτιαξε μπισκότα για τους φίλους και τις φίλες της . Ο Νίκος έφαγε το 15% του συνολικού αριθμού των μπισκότων. Ο Αντρέι έφαγε το $\frac{1}{4}$ και η Δανάη έφαγε το 0,20 του συνολικού αριθμού των μπισκότων. Όταν τα παιδιά έφυγαν, είχαν απομείνει 16 μπισκότα. Πόσα μπισκότα έφτιαξε συνολικά η Αγγελική;

Λύση

1ο βήμα: Εκφράζουμε τους αριθμούς με κλάσματα.

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ και $0{,}20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

2ο βήμα: Βρίσκουμε με κλάσμα το μέρος των μπισκότων που έφαγαν τα παιδιά.

Είναι: $\frac{3}{20} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{3}{20} + \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{5}$ του συνολικού αριθμού των μπισκότων.

3ο βήμα: Εκφράζουμε με κλάσμα τα μπισκότα που έμειναν.

Τα 16 μπισκότα που έμειναν είναι το $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ του συνολικού αριθμού μπισκότων.

4ο βήμα: Κάνουμε αναγωγή στην κλασματική μονάδα.

Γνωρίζουμε πόσα μπισκότα είναι τα $\frac{2}{5}$ του συνόλου και θέλουμε να βρούμε πόσα μπισκότα είναι το σύνολο, δηλαδή τα $\frac{5}{5}$. Θα κάνουμε αναγωγή στην κλασματική μονάδα.

- Τα $\frac{2}{5}$ των μπισκότων είναι 16 μπισκότα.
- Το $\frac{1}{5}$ των μπισκότων είναι $16 : 2 = 8$ μπισκότα.
- Τα $\frac{5}{5}$ είναι $8 \times 5 = 40$ μπισκότα.

Απάντηση

Η Αγγελική έφτιαξε συνολικά 40 μπισκότα.

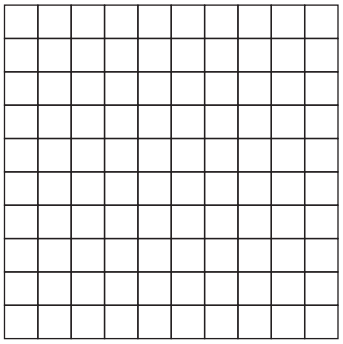
Αναστοχασμός

1. Γράφουμε το ποσοστό 75% με κλάσμα στην απλούστερη μορφή του.
2. Εκφράζουμε με δεκαδικό αριθμό το 40% του $\frac{1}{5}$.

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ **να μετατρέπω τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο,**
- ✓ **να διατάσσω και να συγκρίνω δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να στρογγυλοποιώ δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να προσθέτω και να αφαιρώ δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να πολλαπλασιάζω δεκαδικό με φυσικό αριθμό και δεκαδικό με δεκαδικό αριθμό,**
- ✓ **να διαιρώ φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς με φυσικούς ή δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να εκφράζω με ποσοστά δεκαδικά κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς,**
- ✓ **να λύνω προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.**

1η Άσκηση



Στο διπλανό τετράγωνο χρωματίζουμε:

α. τα $\frac{2}{5}$ του με κόκκινο χρώμα

β. το 0,03 του με πράσινο χρώμα

γ. το 17% του με κίτρινο χρώμα

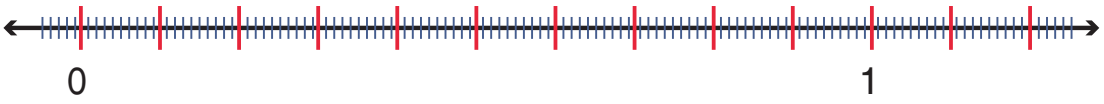
Εκφράζουμε το μέρος του τετραγώνου που έμεινε αχρωμάτιστο με κλάσμα, με δεκαδικό αριθμό και με ποσοστό:

Κλασματικός αριθμός	Δεκαδικός αριθμός	Ποσοστό %

2η Άσκηση

Τοποθετούμε τους παρακάτω αριθμούς στην αριθμογραμμή:

α. 42% β. 0,6 γ. $\frac{3}{10}$ δ. $1\frac{1}{5}$ ε. 0,76



3η Άσκηση

Βρίσκουμε 3 δεκαδικούς αριθμούς με τρία δεκαδικά ψηφία, οι οποίοι, όταν στρογγυλοποιηθούν στα δέκατα, δίνουν άθροισμα 10.

4η Άσκηση

Η Δανάη και ο Νίκος έχουν τις διπλανές κάρτες. Χρησιμοποιώντας και τις τέσσερις κάρτες σχηματίζουν αριθμούς. Καταγράφουμε όλους τους αριθμούς που είναι δυνατόν να σχηματιστούν και τους διατάσσουμε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.



5η Άσκηση

Η Αγγελική πρόσθεσε κάθετα τους αριθμούς 3,036 και 32,5 και βρήκε άθροισμα 6,286. Ποιο λάθος νομίζετε ότι έκανε;

.....

Κάνουμε εκτίμηση του αποτελέσματος, ώστε να ελέγξουμε το παραπάνω άθροισμα.

.....

6η Άσκηση

Ο Αντρέι πληκτρολόγησε έναν αριθμό στην αριθμομηχανή τσέπης. Τον πολλαπλασίασε με το 100 και στην οθόνη εμφανίστηκε ο αριθμός **80,5**.

α. Ποιον αριθμό πληκτρολόγησε αρχικά; .....

β. Ποια πράξη χρειάζεται να κάνει και ποιον αριθμό να πληκτρολογήσει μετά, ώστε να εμφανιστεί ο αριθμός **40,25**;

.....

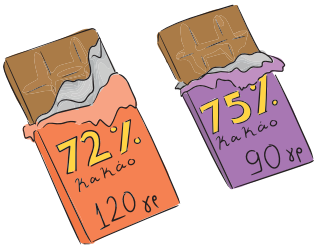
1ο Πρόβλημα

α. Ποια από τις δυο σοκολάτες έχει μεγαλύτερη περιεκτικότητα σε κακάο;

.....

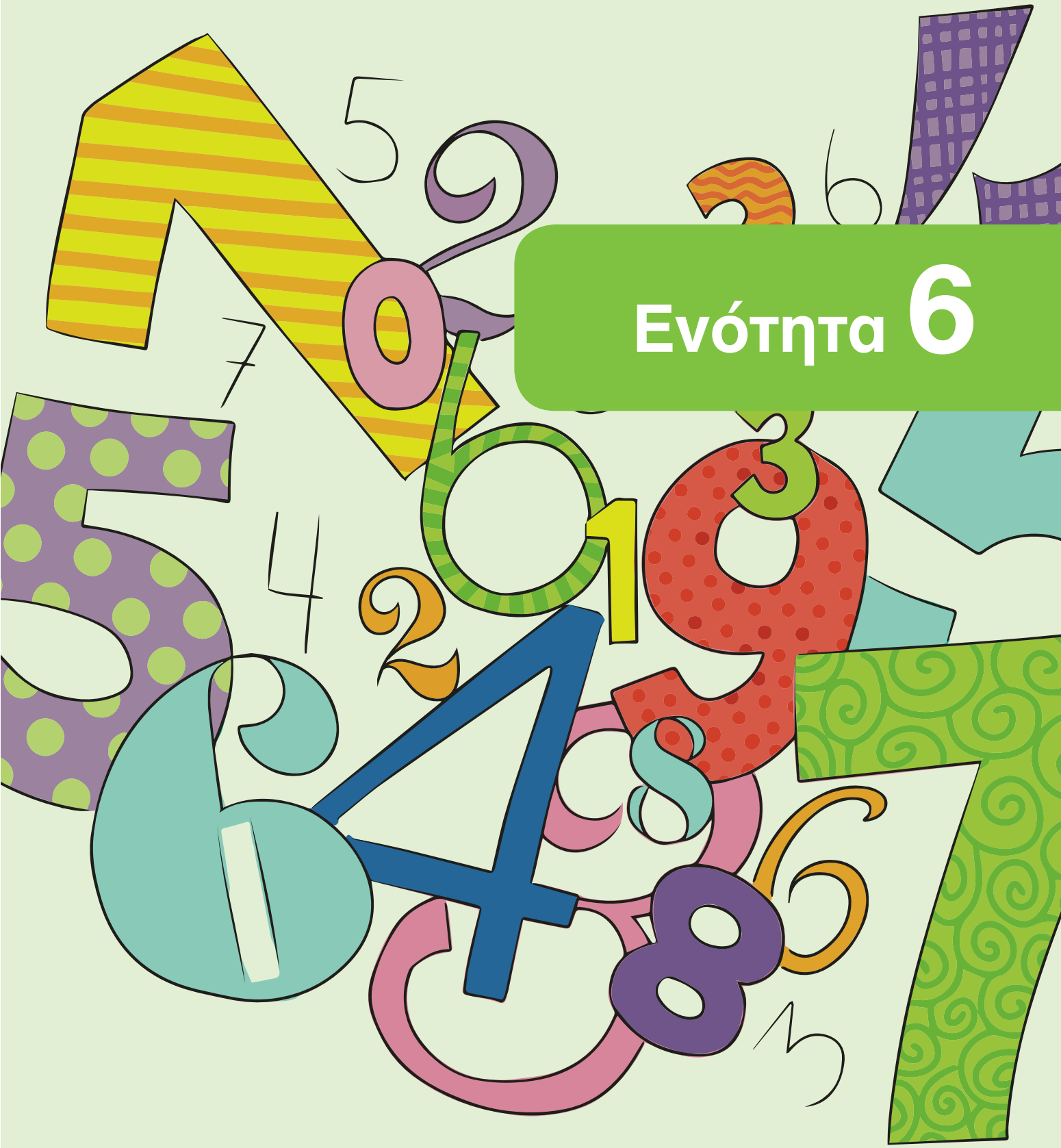
β. Υπολογίζουμε τα γραμμάρια κακάου που περιέχονται σε καθεμία σοκολάτα.

.....



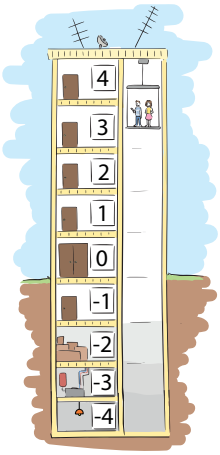
2ο Πρόβλημα

Η τιμή ενός προϊόντος αυξήθηκε κατά 5%. Μικρό χρονικό διάστημα μετά η τιμή του προϊόντος αυξήθηκε πάλι 5%. Τρεις μήνες μετά αυξήθηκε τρίτη φορά κατά 5%. Η συνολική αύξηση ήταν 15%; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.



Ενότητα 6

Διερεύνηση



1. Οι αριθμοί στα κουμπιά του ανελκυστήρα στο διπλανό κτίριο συμβολίζουν πόσους ορόφους μακριά είναι ο κάθε όροφος από το ισόγειο.

α. Ποιο κουμπί θα πατήσουμε, για να ανέβουμε στον τρίτο όροφο; .....

β. Ποιο κουμπί θα πατήσουμε, για να κατέβουμε στο δεύτερο υπόγειο; .....

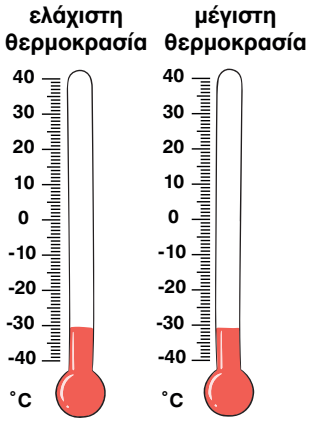
γ. Πόσους ορόφους μακριά από το ισόγειο βρίσκεται το τέταρτο υπόγειο; .....

δ. Αν θέλουμε να ανέβουμε από το τρίτο υπόγειο στον δεύτερο όροφο, πόσους ορόφους θα ανέβουμε με τον ανελκυστήρα; .....

ε. Δύο φίλοι βρίσκονται σε διαφορετικούς ορόφους, που απέχουν το ίδιο από το ισόγειο. Σε ποιους ορόφους είναι δυνατόν να βρίσκονται;

.....

2. Στο χιονοδρομικό κέντρο της Βασιλίτσας στα Γρεβενά στις 6/3/2018 η ελάχιστη θερμοκρασία ήταν 4 βαθμοί Κελσίου (˚C) κάτω από το μηδέν και η μέγιστη 3 βαθμοί Κελσίου (˚C) πάνω από το μηδέν.



α. Ζωγραφίζουμε με κόκκινο χρώμα τη στάθμη του υγρού στο θερμόμετρο για καθεμία από τις παραπάνω θερμοκρασίες.

β. Εκφράζουμε με αριθμό:

- την ελάχιστη θερμοκρασία: .....
- τη μέγιστη θερμοκρασία: .....

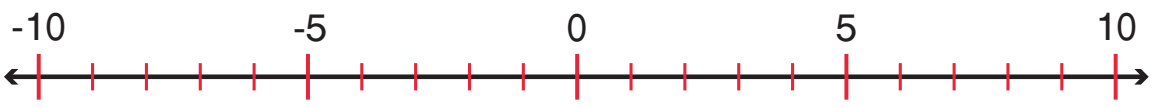
γ. Πόσοι ˚C είναι η διαφορά της μέγιστης από την ελάχιστη θερμοκρασία;

.....



δ. Την επόμενη ημέρα η ελάχιστη θερμοκρασία μειώθηκε ακόμα κατά 2 ˚C. Ποια ήταν η ελάχιστη θερμοκρασία την ημέρα αυτή; .....˚C.

ε. Τοποθετούμε τους αριθμούς που εκφράζουν τις θερμοκρασίες που καταγράψαμε πάνω στην παρακάτω αριθμογραμμή.



στ. Διατάσσουμε τους αριθμούς που τοποθετήσαμε στην αριθμογραμμή από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

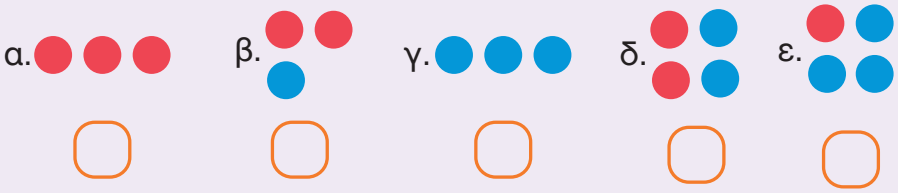
.....

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Στην καθημερινή μας ζωή χρησιμοποιούμε αριθμούς που έχουν μπροστά τους το σύμβολο «-». Οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται **αρνητικοί αριθμοί.**	α. Η θερμοκρασία είναι -2 °C, δηλαδή 2 βαθμούς κάτω από το 0. β. Ο χώρος στάθμευσης είναι στο -1, έναν όροφο κάτω από το ισόγειο (0).
Οι αρνητικοί αριθμοί στην αριθμογραμμή τοποθετούνται **αριστερά από το μηδέν** και σε ίσες αποστάσεις από αυτό, όπως αντίστοιχα οι φυσικοί αριθμοί δεξιά από το μηδέν.	
Οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς λέγονται **ακέραιοι αριθμοί.**	... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
Όλοι οι αρνητικοί αριθμοί είναι μικρότεροι του 0. Όσο πιο αριστερά βρίσκεται ένας αριθμός πάνω στην αριθμογραμμή, τόσο πιο μικρός είναι.	-3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3

Εφαρμογή

Κάθε κόκκινη μάρκα δείχνει τον αριθμό 1 και κάθε μπλε μάρκα τον αριθμό -1. Μία κόκκινη και μία μπλε μάρκα μαζί αλληλοεξουδετερώνονται κι έτσι δεν μένει τίποτα (0).

α. Να παρατηρήσετε τις εικόνες και να συμπληρώσετε τα κουτάκια με τον αριθμό που δείχνει η κάθε εικόνα.



β. Να αναπαραστήσετε τον αριθμό -3 χρησιμοποιώντας μάρκες και των δύο χρωμάτων.

Μπορούμε να σκεφτούμε πολλούς τρόπους αναπαράστασης:



- Τρεις μπλε μάρκες μας δίνουν τον αριθμό .....
- Μία κόκκινη και μια μπλε μάρκα μαζί κάνουν μηδέν (0).
- Επομένως 4 μπλε και 1 κόκκινη μάρκα μας δίνουν τον αριθμό -3.

Κάθε συνδυασμός που έχει μπλε και κόκκινες μάρκες, έτσι ώστε οι μπλε να είναι 3 περισσότερες από τις κόκκινες μας δίνει τον αριθμό -3.

Αναστοχασμός

1. Ποιος αριθμός βρίσκεται πιο κοντά στο μηδέν, ο -5 ή ο 3;
2. Αν τοποθετήσουμε στην αριθμογραμμή τον αριθμό -4 και τον αριθμό 4, ποιος αριθμός θα βρίσκεται στη μέση αυτής της απόστασης;
3. Ανάμεσα σε δύο ακέραιους αριθμούς πάνω στην αριθμογραμμή, ποιος είναι ο μικρότερος;

Διερεύνηση

1. Μια κορδέλα που αποτελείται από 20 τετραγωνάκια διακοσμείται με σχήματα, όπως φαίνεται παρακάτω:



α. Βρίσκουμε το τμήμα που επαναλαμβάνεται:

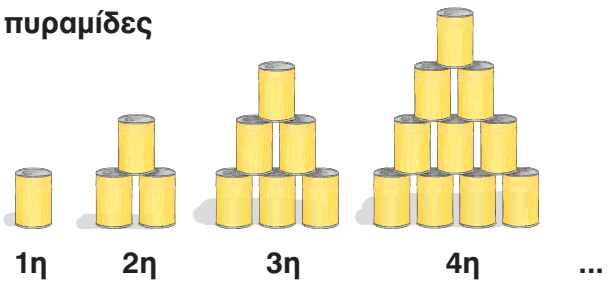
.....

β. Με ποιο σχήμα θα είναι διακοσμημένο το τελευταίο τετραγωνάκι της κορδέλας;

Βρίσκουμε έναν κανόνα για τον τρόπο με τον οποίο επαναλαμβάνεται το τετράγωνο σχήμα στην κορδέλα.

2. Ο Αντρέι και ο Νίκος βάζουν 28 τενεκεδάκια σε σειρές και φτιάχνουν πυραμίδες. Αν τοποθετούν τα τενεκεδάκια τους με τον τρόπο που δείχνει η διπλανή εικόνα, έχουν τόσα ακριβώς τενεκεδάκια, ώστε η πυραμίδα τους να έχει συνολικά 7 σειρές;

α. Παρατηρούμε την εικόνα και συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα.



Πυραμίδα	1η	2η	3η	4η	...	7η
Πλήθος σειρών	1	2	3		...	
Πλήθος από τενεκεδάκια	1	1+2	1+2+3		...	

β. Πόσα τενεκεδάκια θα χρειαστούν ο Αντρέι και ο Νίκος, για να φτιάξουν:

5 σειρές:..... , 6 σειρές:....., 7 σειρές:.....

Συζητάμε στην τάξη έναν κανόνα με τον οποίο μπορούμε να υπολογίζουμε το πλήθος από τενεκεδάκια σε οποιαδήποτε παρόμοια πυραμίδα.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Το **γεωμετρικό μοτίβο** είναι ένα σχέδιο που δημιουργείται με την επανάληψη ενός στοιχείου του.	 (στοιχείο που επαναλαμβάνεται: ένα κόκκινο τετράγωνο – δύο κίτρινα τετράγωνα)
Το **αριθμητικό μοτίβο** δημιουργείται με μια σειρά αριθμών που ανάμεσά τους υπάρχει μια σχέση σταθερή και επαναλαμβανόμενη.	• 3, 6, 9, 12, 15, 18, ... (κάθε φορά προσθέτουμε 3) • 1, 2, 1, 2, 1, 2, ... (επανάληψη των αριθμών 1 και 2)

Εφαρμογή

Να παρατηρήσετε το παρακάτω μοτίβο.



α. Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο δημιουργείται το μοτίβο.
Το μοτίβο δημιουργείται από την επανάληψη μιας πεντάδας σχημάτων με την εξής σειρά:
τρίγωνο – ορθογώνιο - ..... - ..... - .....

β. Ποιο είναι το 20ό σχήμα του παραπάνω μοτίβου;
Το παραπάνω μοτίβο έχει ..... πεντάδες.
Για να βρούμε το 20ό σχήμα του μοτίβου, επεκτείνουμε το παραπάνω μοτίβο κατά μία πεντάδα. Το τελευταίο σχήμα κάθε πεντάδας σχημάτων είναι το ..... . Επομένως το 20ό σχήμα είναι το ..... .

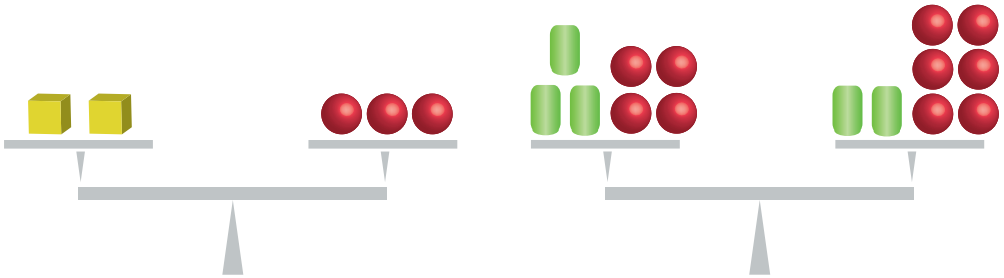
γ. Αν το μοτίβο έχει συνολικά 29 σχήματα, πόσοι κύκλοι υπάρχουν σε αυτό;
α΄ τρόπος: Αν το μοτίβο είχε συνολικά 30 σχήματα, θα αποτελούνταν από 6 ολόκληρες πεντάδες σχημάτων με τελευταίο σχήμα το ..... . Στη συγκεκριμένη περίπτωση το μοτίβο έχει 29 σχήματα και στην τελευταία πεντάδα το μόνο σχήμα που λείπει είναι το ..... .
Επομένως έχουμε συνολικά .....κύκλους.
β΄ τρόπος: Το μοτίβο με τα 29 σχήματα αποτελείται από 5 ολόκληρες πεντάδες και από τα τέσσερα πρώτα σχήματα της έκτης πεντάδας, στην οποία περιλαμβάνεται ο κύκλος. Επομένως το μοτίβο έχει ..... κύκλους.

Αναστοχασμός

1. Η Αγγελική δημιούργησε το αριθμητικό μοτίβο: 3 – 6 – 12. Ποιος μπορεί να είναι ο κανόνας του μοτίβου; Έχει δώσει η Αγγελική επαρκείς πληροφορίες για το μοτίβο της;
2. Αναζητάμε φωτογραφίες και περιγράφουμε μοτίβα που συναντάμε στη φύση και στην τέχνη.

Διερεύνηση

1. Παρατηρούμε τα στερεά στις παρακάτω ζυγαριές. Οι δυο ζυγαριές ισορροπούν.



ζυγαριά Α **ζυγαριά Β**

α. Παρατηρούμε τη ζυγαριά Α. Ποιο στερεό ζυγίζει περισσότερο; Ο κύβος ή η σφαίρα; Εξηγούμε την απάντησή μας. .....

.....

.....

β. Παρατηρούμε τη ζυγαριά Β. Ποιο στερεό ζυγίζει περισσότερο; Ο κύλινδρος ή η σφαίρα; Εξηγούμε την απάντησή μας. .....

.....

.....

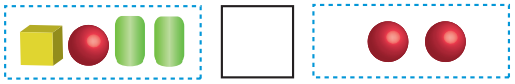
.....

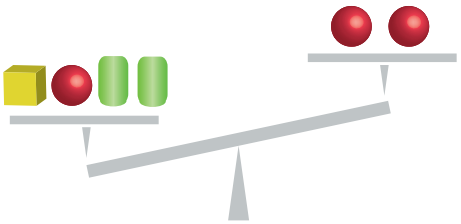
γ. Πόσο ζυγίζει το κάθε στερεό, αν ο κύλινδρος ζυγίζει 200 γρ. ;

 : 200 γρ.  : .....  : .....

2. Παρατηρούμε την παρακάτω ζυγαριά.

α. Τοποθετούμε το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =) στην παρακάτω σχέση, για να δηλώσουμε ποια στερεά ζυγίζουν περισσότερο.





β. Ποια και πόσα στερεά χρειάζεται να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε, ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει;

Προτείνουμε δύο τρόπους σχεδιάζοντας τα στερεά σε κάθε μέρος της ζυγαριάς.



α΄ τρόπος **β΄ τρόπος**

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Το **ίσον** (=) είναι το σύμβολο της **ισότητας** και φανερώνει πως ό,τι βρίσκεται αριστερά του έχει την ίδια αξία (τιμή) με ό,τι βρίσκεται δεξιά του.	• $5 = 2 \times 2{,}5$ • $10 + 2 = 4 \times 3$ • $18 : \square = 7 + 2$
Το **μεγαλύτερο** (>) και το **μικρότερο** (<) είναι τα σύμβολα της **ανισότητας** και φανερώνουν πως ό,τι βρίσκεται αριστερά τους είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο, αντίστοιχα, από ό,τι βρίσκεται δεξιά τους.	• $5 < 2 \times 3{,}5$ • $4 + 5 > 6 + \frac{2}{5}$ • $18 + \square < 4 \times 6$

Εφαρμογή

1. **Να συμπληρώσετε με τον κατάλληλο αριθμό το κουτάκι στην ισότητα $12 + \square = 4 \times 5$**
   Στην ισότητα ό,τι βρίσκεται αριστερά από το ίσον έχει την ίδια αξία (τιμή) με ό,τι βρίσκεται δεξιά του.
   - Δεξιά από το ίσον έχουμε $4 \times 5 =$ ..... .
   - Αριστερά από το ίσον έχουμε $12 + \square =$ ..... . Επομένως θα συμπληρώσουμε το κουτάκι με τον αριθμό ..... .

2. **Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των πράξεων και να συμπληρώσετε τα κουτάκια με τους κατάλληλους αριθμούς. Να εξηγήσετε πώς σκεφτήκατε.**
   α. Αν $7 + 8 = 20 - 5$, τότε $20 - \square = 7 + 8$.
   β. Αν $11 + 6 = 29 - 12$ και $29 - 12 = 4 + 13$, τότε $11 + 6 = 4 + \square$.
   γ. $(5+7) + \square = 5 + (7 + 4)$

3. **Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς με τους οποίους μπορείτε να συμπληρώσετε το κουτάκι στην ανισότητα $9 + \square < 23 - 7$. Να εξηγήσετε πώς σκεφτήκατε.**
   Το δεύτερο μέρος της ανισότητας κάνει $23 - 7 =$ ..... .
   Επομένως $9 + \square <$ ..... .
   Άρα μπορούμε να συμπληρώσουμε το $\square$ με έναν από τους αριθμούς:
   ..... , ... , ... , ... , ... , ... , ...

Αναστοχασμός

1. Ο Νίκος, για να προσθέσει 3+5+3+1, έγραψε: 3+5=8+3=11+1=12. Αν και βρήκε το σωστό αποτέλεσμα, ποιο είναι το λάθος που έχει κάνει; Εξηγούμε πώς σκεφτήκαμε.
2. Γράφουμε αριθμούς με τους οποίους μπορούμε να συμπληρώσουμε το $\square$ στην ανισότητα $6+\square > 10$. Εξηγούμε τη σκέψη μας.

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ **να επεκτείνω την αριθμογραμμή και να τοποθετώ σε αυτήν τους αρνητικούς αριθμούς,**
- ✓ **να συγκρίνω και να διατάσσω ακέραιους αριθμούς,**
- ✓ **να αναγνωρίζω, να περιγράφω και να επεκτείνω αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα,**
- ✓ **να διερευνώ και να συμπληρώνω ανισότητες και ισότητες με τον κατάλληλο αριθμό.**

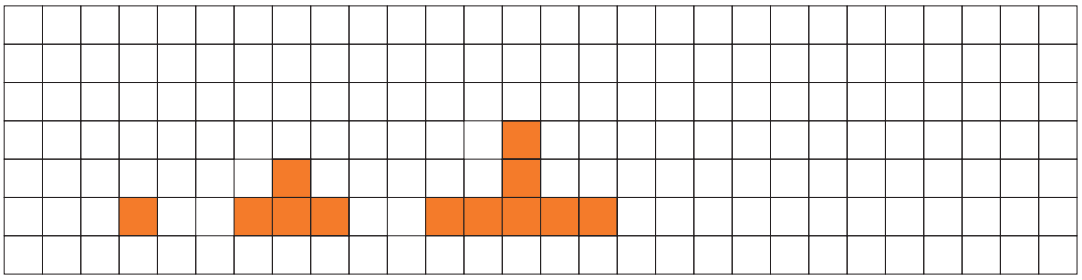
1η Άσκηση

Συμπληρώνουμε τους αριθμούς που λείπουν στα παρακάτω αριθμητικά μοτίβα.

α.	0,001	0,01		1	10		1.000
β.	5.000	500	50		0,5		0,005
γ.	18	26	34		50		66

2η Άσκηση

Στο παρακάτω μοτίβο ανακαλύπτουμε τον κανόνα και σχεδιάζουμε το επόμενο σχήμα.

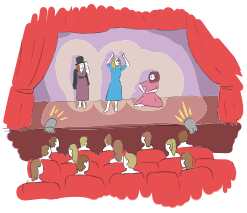


3η Άσκηση

Ποιος αριθμός αντιστοιχεί σε κάθε σχήμα, ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες;

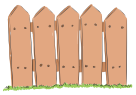
5 + ◇ = 30 + 8	3 x △ = 24 - 9	2 x ⬡ = 10 + 6	21 : ⏢ = 30 - 23
◇ =	△ =	⬡ =	⏢ =

1ο Πρόβλημα



Κατά την επίσκεψή τους σε ένα θέατρο τα παιδιά μετρούσαν το πλήθος των θέσεων του θεάτρου. Παρατήρησαν ότι η πρώτη από τη σκηνή σειρά είχε 30 θέσεις, η δεύτερη σειρά είχε δύο θέσεις περισσότερες από την πρώτη, η τρίτη σειρά 2 θέσεις περισσότερες από τη δεύτερη κ.ο.κ. Όλες οι σειρές ήταν 10. Πόσες θέσεις είχε το θέατρο;

2ο Πρόβλημα

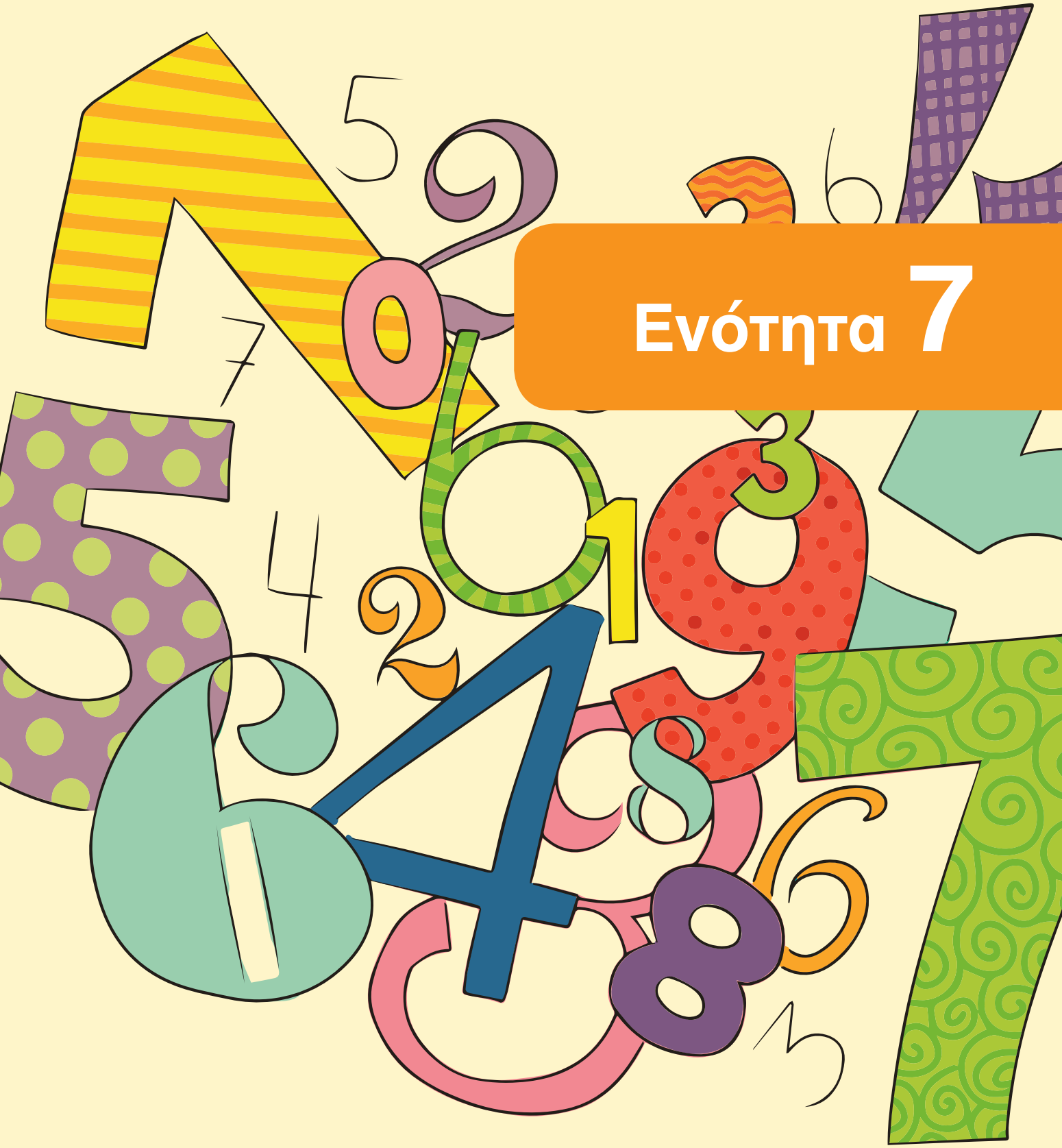
Αντικείμενα	Πόντοι
	+5
	+10
	-10
	-5

Στον διπλανό πίνακα παρουσιάζονται οι πόντοι τους οποίους κερδίζει ή χάνει ο ήρωας σε ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι, όταν αγγίζει καθένα από τα αντικείμενα.
Στην πρώτη πίστα του παιχνιδιού ο ήρωάς μας ξεκινά με 0 πόντους. Στο τέλος της πρώτης πίστας έχει συγκεντρώσει 2 κέρματα, 1 κλειδί και έχει αγγίξει δύο φορές νερό και μία φορά φράχτη.

Πόσους πόντους έχει ο ήρωάς μας στο τέλος της πρώτης πίστας;

Υπολογίζουμε με τη βοήθεια της αριθμογραμμής:

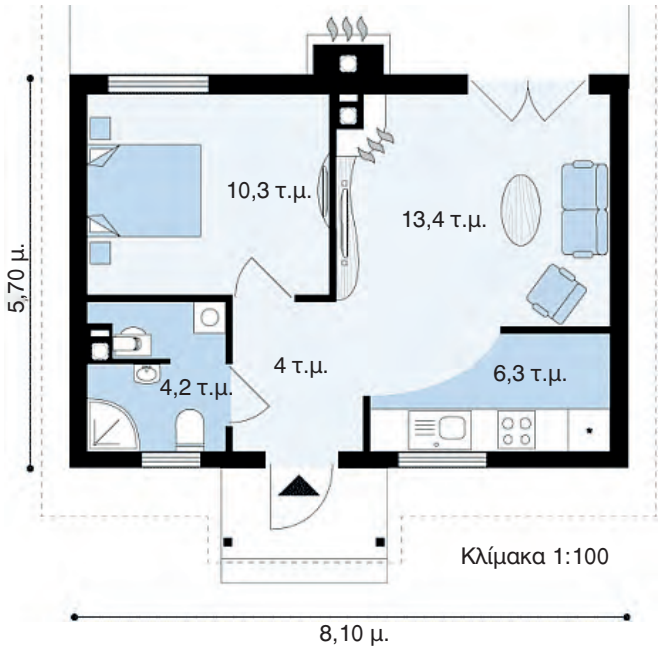




Ενότητα 7

Διερεύνηση

1. Πώς μπορούμε να κάνουμε μεγέθυνση



Ένας αρχιτέκτονας έφτιαξε το διπλανό σχέδιο ενός διαμερίσματος σε κλίμακα $\frac{1}{100}$ ή 1:100.

Συζητάμε:

α. τι είναι η κλίμακα,

β. πώς μπορούμε να υπολογίσουμε τις πραγματικές διαστάσεις του διαμερίσματος με βάση το σχέδιο του αρχιτέκτονα.

2. Πώς μπορούμε να κάνουμε σμίκρυνση



Οι μαθητές της Ε΄ τάξης μέτρησαν τις διαστάσεις του δαπέδου της αίθουσάς τους και βρήκαν ότι έχει μήκος 6 μ. και πλάτος 5 μ.

Σχεδιάζουμε το δάπεδο της αίθουσας με βάση τις πραγματικές διαστάσεις της:

α. σε κλίμακα $\frac{1}{100}$ ή 1:100,

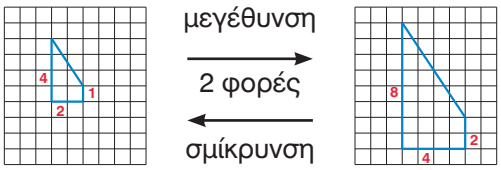
β. σε κλίμακα $\frac{1}{50}$ ή 1:50.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

- Για να μεγεθύνουμε ένα σχέδιο ή μια εικόνα, **πολλαπλασιάζουμε** κάθε απόσταση μεταξύ δύο σημείων του σχεδίου ή της εικόνας με τον ίδιο αριθμό.
- Για να σμικρύνουμε ένα σχέδιο ή μια εικόνα, **διαιρούμε** κάθε απόσταση μεταξύ δύο σημείων του σχεδίου ή της εικόνας με τον ίδιο αριθμό.

Η **κλίμακα** ενός σχεδίου ή μιας εικόνας εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στην απόσταση δύο σημείων του τελικού σχεδίου ή της τελικής εικόνας και στην αντίστοιχη απόσταση στο αρχικό σχέδιο ή στην αρχική εικόνα.

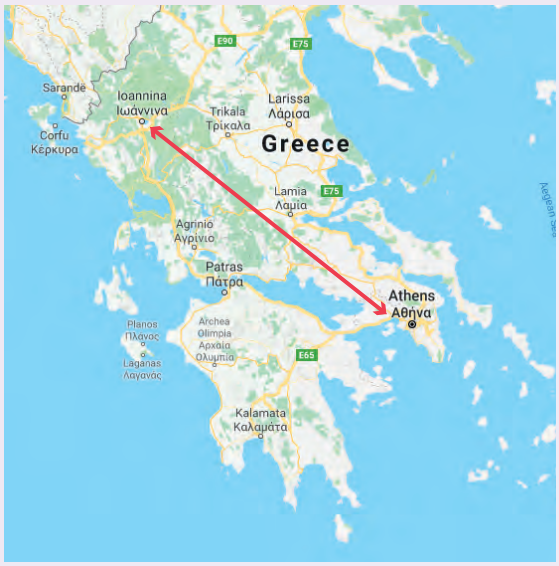
Παραδείγματα



Κλίμακα $\frac{1}{2}$ ή 1:2 σημαίνει ότι 1 εκ. στο τελικό σχέδιο αντιστοιχεί σε 2 εκ. του αρχικού.

Κλίμακα $\frac{2}{1}$ ή 2:1 σημαίνει ότι 2 εκ. στο τελικό σχέδιο αντιστοιχούν σε 1 εκ. του αρχικού.

Εφαρμογή



Τα Ιωάννινα απέχουν από την Αθήνα 313 χμ. σε ευθεία γραμμή. Να βρεις πόσα εκ. είναι η απόστασή τους σε έναν χάρτη κλίμακας 1:3.130.000.

Κλίμακα 1 : 3.130.000 σημαίνει ότι 1 εκ. στον χάρτη αντιστοιχεί σε 3.130.000 εκ., δηλαδή ο χάρτης δείχνει την απόσταση 3.130.000 φορές μικρότερη. Η πραγματική απόσταση των Ιωαννίνων από την Αθήνα είναι 313 χμ.= 313.000 μ.= 31.300.000 εκ. Επομένως στον χάρτη η απόσταση είναι 31.300.000 εκ : 3.130.000 = 10 εκ.

Αναστοχασμός

1. Κυκλώνουμε τις περιπτώσεις στις οποίες γίνεται μεγέθυνση:

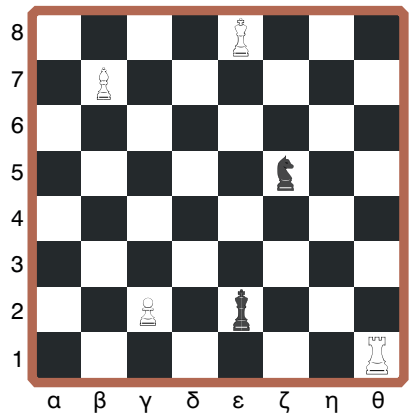
   α. στο μικροσκόπιο β. στο τηλεσκόπιο

2. Ο Νίκος υποστηρίζει ότι η κλίμακα είναι το πηλίκο της απόστασης στο σχέδιο προς την πραγματική απόσταση. Έχει δίκιο; Ναι ή όχι και γιατί;

3. Η Δανάη υποστηρίζει ότι, αν το μήκος που μετρήθηκε στην επιφάνεια της γης είναι 900 μ., τότε σε χάρτη κλίμακας 1 : 90.000 αντιστοιχεί σε 1 εκ. Έχει δίκιο; Ναι ή όχι και γιατί;

Διερεύνηση

1. Το **σκάκι** είναι ένα επιτραπέζιο παιχνίδι στρατηγικής, το οποίο παίζεται ανάμεσα σε δύο παίκτες. Στους επίσημους αγώνες οι κινήσεις κάθε παρτίδας καταγράφονται.



Προέκυψε επομένως η ανάγκη να μπορεί κανείς να προσδιορίσει με μοναδικό τρόπο κάθε συγκεκριμένη θέση πάνω στη σκακιέρα.

α. Χρησιμοποιώντας το αντίστοιχο γράμμα και αριθμό, προσδιορίζουμε τη θέση του Αξιωματικού λευκού χρώματος πάνω στη σκακιέρα: .....

β. Σε ποια οριζόντια γραμμή και κατακόρυφη στήλη βρίσκεται ο Βασιλιάς μαύρου χρώματος; .....

γ. Ποιο κομμάτι του σκακιού βρίσκεται στη θέση (ζ ,5); .....

Βασιλιάς, Αξιωματικός, Πύργος, Ίππος, Πιόνι

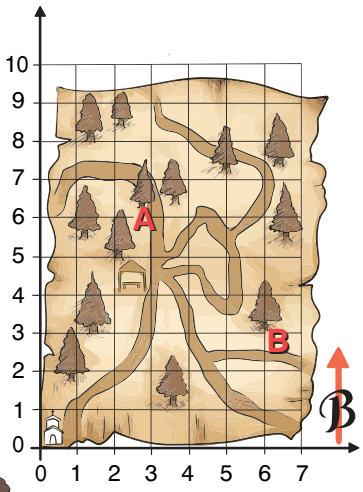
δ. Είναι αρκετό να γνωρίζουμε ότι ο Βασιλιάς λευκού χρώματος βρίσκεται στη γραμμή 8, για να προσδιορίσουμε με μοναδικό τρόπο τη θέση του; Εξηγούμε. .....

2. Τα παιδιά παίζουν το παιχνίδι του κρυμμένου θησαυρού και κρατάνε στο χέρι τους έναν χάρτη και τις οδηγίες.



ΟΔΗΓΙΕΣ: Ψάξτε στη ρίζα του δέντρου που είναι 6 τετράγωνα ανατολικά και 3 τετράγωνα βόρεια από το εκκλησάκι.

Σημείωση: πλευρά τετραγώνου = 50 μέτρα.





α. Ποιο παιδί έχει δίκιο; .....

β. Αν γράψουμε το σημείο Β ως (6,3), πώς θα γράψουμε το σημείο Α; .....

γ. Αν ο χάρτης δεν είχε σημείο αναφοράς το εκκλησάκι αλλά το κιόσκι, τι θα άλλαζε; .....

Συζητάμε στην τάξη τη βοήθεια που προσφέρουν οι δύο κάθετες αριθμογραμμές και το σημείο αναφοράς, το (0,0), στον προσδιορισμό της θέσης ενός συγκεκριμένου σημείου πάνω στον χάρτη με έναν μοναδικό τρόπο.

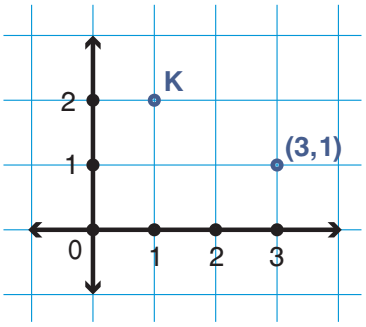
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Για τον προσδιορισμό ενός σημείου χρησιμοποιούμε **δύο αριθμογραμμές κάθετες** μεταξύ τους, μία **οριζόντια** και μία **κατακόρυφη**.

Ο **προσδιορισμός της θέσης** κάθε σημείου γίνεται με τον συνδυασμό των δύο τιμών οι οποίες δείχνουν πόσο απέχει το σημείο αυτό οριζόντια και κατακόρυφα από τις αριθμογραμμές.

Οι τιμές εξαρτώνται κάθε φορά από το **σημείο αναφοράς**, δηλαδή το σημείο (0,0).

Παραδείγματα



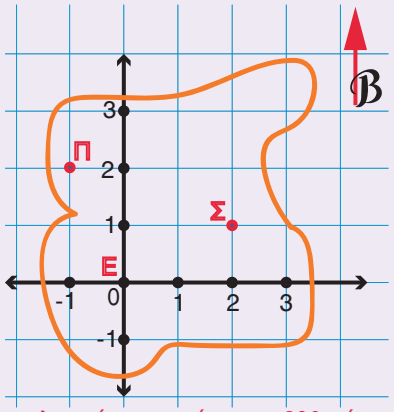
Το σημείο Κ είναι το (1,2)

Εφαρμογή

1. Τα παιδιά έχουν κατασκηνώσει στο δάσος. Πώς θα μετακινηθούν από τη σπηλιά (Σ) όπου έστησαν τη σκηνή τους, στην πηγή (Π), για να πάρουν νερό;

α. Τα σημεία Σ και Π απέχουν μεταξύ τους στην οριζόντια αριθμογραμμή 3 τετράγωνα, δηλαδή ..... μέτρα και στην κατακόρυφη 1 τετράγωνο, δηλαδή ..... μέτρα.

β. Ο χάρτης δείχνει τον βορρά. Επομένως, για να πάνε από τη σπηλιά στην πηγή με τη βοήθεια πυξίδας, θα περπατήσουν 600 μέτρα βόρεια και μετά ..... μέτρα δυτικά.



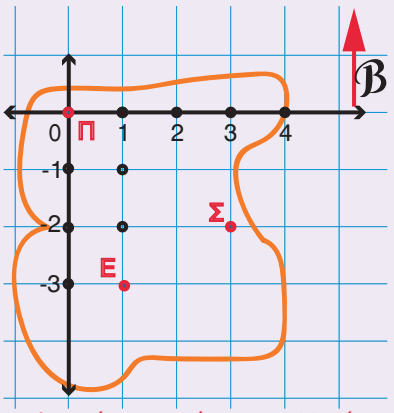
πλευρά τετραγώνου = 600 μέτρα

2. Τα παιδιά, όταν γύρισαν, είπαν στους συμμαθητές τους ότι κατασκήνωσαν στη θέση (2,1) σε μια σπηλιά. Είχαν δίκιο;

α. Το σημείο Σ, όπου βρίσκεται η σπηλιά, στον χάρτη των παιδιών είναι ..... τετράγωνα ανατολικά από το Ε και ... τετράγωνο βόρεια. Άρα είναι το σημείο (...,...)

β. Αν όμως τα παιδιά χρησιμοποιούσαν έναν χάρτη, όπως τον διπλανό, με ένα άλλο σημείο αναφοράς, π.χ. την πηγή, τότε το σημείο Σ θα ήταν (3, -2), δηλαδή διαφορετικό.

Άρα η θέση του κάθε σημείου εξαρτάται από το σημείο αναφοράς.



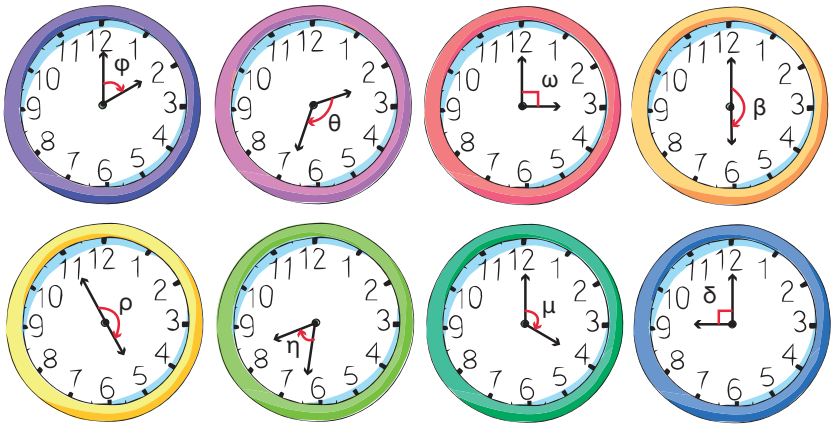
πλευρά τετραγώνου = 600 μέτρα

Αναστοχασμός

1. Σε έναν χάρτη ο οποίος στο πάνω μέρος δείχνει τον βορρά, εξηγούμε ποια πόλη βρίσκεται πιο δυτικά: αυτή που είναι στο σημείο (2,9) ή αυτή που είναι στο σημείο (9,2);

Διερεύνηση

1. Οι δείκτες των ρολογιών στις παρακάτω εικόνες δείχνουν διαφορετική ώρα.

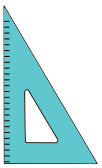


Συζητάμε ομοιότητες και διαφορές που παρατηρούμε στις γωνίες που σχηματίζουν οι δείκτες των ρολογιών.

α. Γράφουμε τα ζεύγη των γωνιών που έχουν το ίδιο άνοιγμα.

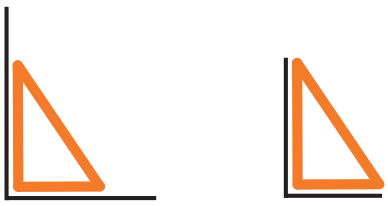
.....

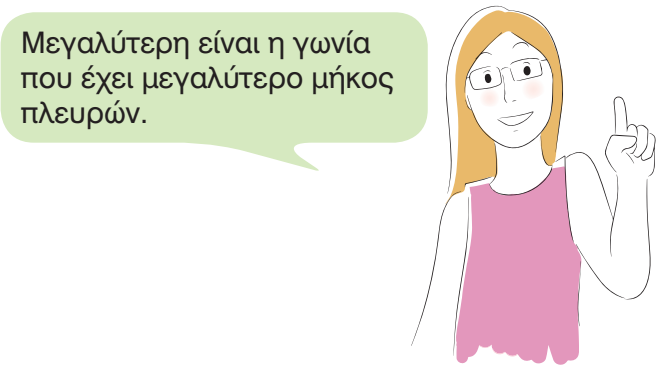
β. Κατατάσσουμε τις γωνίες ανάλογα με το άνοιγμά τους.



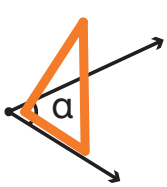
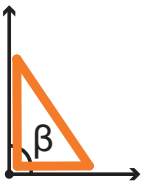
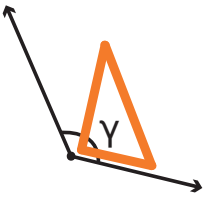
1. Οι γωνίες ..... και ..... είναι ορθές.
2. Οι γωνίες ..... και ..... είναι μικρότερες από την ορθή.
3. Οι γωνίες ....., ... , ... και ..... είναι μεγαλύτερες από την ορθή.
4. Ελέγχουμε χρησιμοποιώντας τον γνώμονα.

2. Η Αγγελική και ο Νίκος χρησιμοποίησαν τους γνώμονες που είχαν και κατασκεύασαν τις παρακάτω γωνίες.





Συζητάμε αν έχει δίκιο η Αγγελική και εξηγούμε στους συμμαθητές και τις συμμαθήτριές μας τον τρόπο με τον οποίο σκεφτήκαμε.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Οι γωνίες διακρίνονται σε: • **Οξείες**, οι οποίες είναι μικρότερες από την ορθή γωνία, • **Ορθές**, • **Αμβλείες**, οι οποίες είναι μεγαλύτερες από την ορθή γωνία.	 οξεία γωνία  ορθή γωνία  αμβλεία γωνία

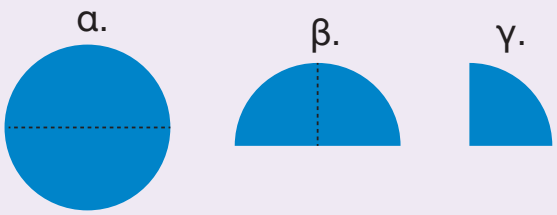
Εφαρμογή

Να κόψετε τον κύκλο από το παράρτημα. Να διπλώσετε το χαρτί σε δύο ίσα μέρη. Να διπλώσετε ξανά το χαρτί σε δύο ίσα μέρη.

- Τι γωνία προέκυψε μετά τα τρία παραπάνω βήματα;.....

  .....

  .....



- Πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το “εργαλείο” αυτό, για να ελέγξετε το είδος της γωνίας;

  .....

  .....

  .....

- Να χρησιμοποιήσετε το “εργαλείο” που φτιάξατε. Να εντοπίσετε μέσα στην τάξη τα τρία είδη γωνιών που μάθατε και να εξηγήσετε το είδος τους.

  .....

  .....

  .....

  .....

Αναστοχασμός

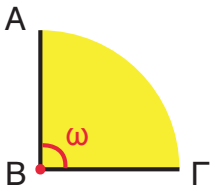
1. Πώς μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι μια γωνία είναι οξεία ή αμβλεία;
2. Πώς μας βοηθά μια σελίδα χαρτιού μεγέθους Α4 να βρούμε το είδος μιας γωνίας;
3. Ανοίγουμε την πόρτα της τάξης μας. Σχηματίζουμε μία οξεία, μία ορθή και μία αμβλεία γωνία. Συζητάμε τι σημαίνει η έκφραση: «Άνοιξε περισσότερο την πόρτα».

Διερεύνηση

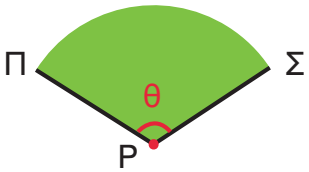
1. **α.** Πόσες **πλευρές** και πόσες **κορυφές** έχει κάθε γωνία;

.....

β. Ο Νίκος ονόμασε στον παρακάτω πίνακα τη χρωματισμένη γωνία του σχήματος 1. Συμπληρώνουμε τον πίνακα ονομάζοντας τη χρωματισμένη γωνία του σχήματος 2.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Σχήμα 1	Σχήμα 2
$\hat{\omega}$	
$\hat{AB\Gamma}$	

Συζητάμε τους τρόπους με τους οποίους μπορούμε να ονομάσουμε μια γωνία.

2. Παρατηρούμε τις παραπάνω γωνίες. Ποια από τις δύο είναι μεγαλύτερη;

Συζητάμε τους τρόπους με τους οποίους μπορούμε να συγκρίνουμε τις δύο γωνίες.



α΄ τρόπος: **α.** Πώς μπορούμε να συγκρίνουμε τις γωνίες με τον τρόπο που προτείνει ο Νίκος;

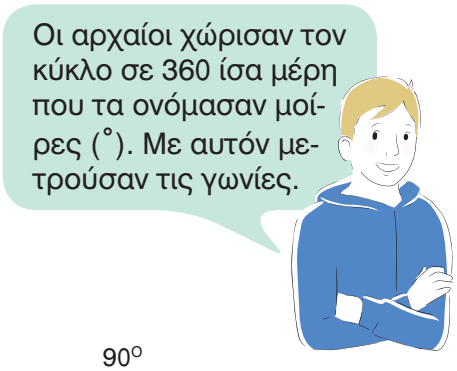
.....

.....

β. Ποια γωνία είναι η μεγαλύτερη; .....

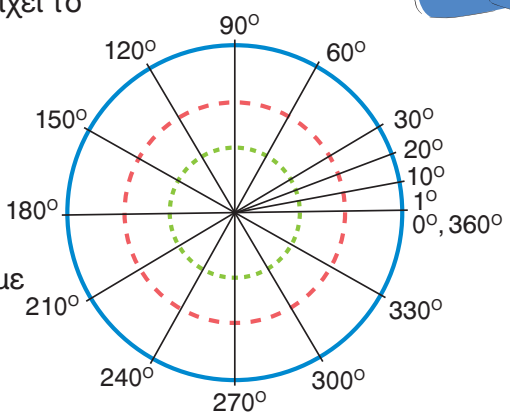
β΄ τρόπος: Αξιοποιούμε την ιδέα της Δανάης και τις πληροφορίες του Αντρέι και με τη βοήθεια του κύκλου μετράμε τις γωνίες.





α. Χρησιμοποιούμε διαφανές χαρτί και βρίσκουμε σε πόσα ίσα μέρη του κύκλου αντιστοιχεί το άνοιγμα καθεμίας από τις γωνίες.

Σχήμα 1: ..... , **Σχήμα 2:** .....



β. Ποια γωνία είναι η μεγαλύτερη; .....

γ. Παρατηρούμε και συζητάμε τι θα συμβεί, αν μετρήσουμε με τον μπλε, τον κόκκινο ή τον πράσινο κύκλο.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

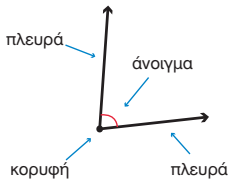
- Η **γωνία** έχει δύο πλευρές και μία κορυφή.
- Η γωνία μπορεί να ονομαστεί με:
  - ✓ ένα μικρό γράμμα στο εσωτερικό της,
  - ✓ τρία κεφαλαία γράμματα, από τα οποία πάντα το μεσαίο γράμμα είναι η κορυφή της.

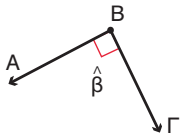
Γράφουμε τη γωνία προσθέτοντας ένα ειδικό σύμβολο (^) πάνω από τη γωνία.

- Μετράμε τη γωνία σε **μοίρες** (°) με ένα όργανο που λέγεται **μοιρογνωμόνιο**.
- Ένας κύκλος διαιρείται σε 360°.

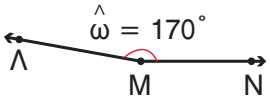
- Μία γωνία **180°** ονομάζεται **ευθεία γωνία**.
- Η **ορθή γωνία** είναι 90°.

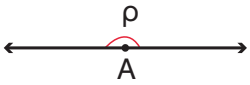
Παραδείγματα





Η γωνία $\hat{\beta}$ ή η γωνία $\hat{ABΓ}$

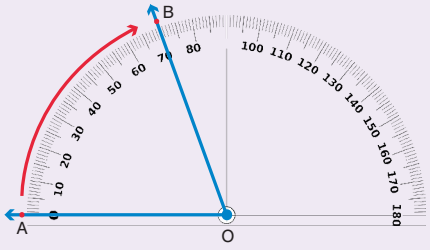




$\hat{\rho} = 180°$

Εφαρμογή

1. Να χρησιμοποιήσετε το μοιρογνωμόνιο, για να κατασκευάσετε μία γωνία 70°.



1ο βήμα: Κατασκευάζουμε με τον γνώμονα τη μία πλευρά της γωνίας και σημειώνουμε την κορυφή Ο και ένα σημείο Α.

2ο βήμα: Τοποθετούμε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στην κορυφή της γωνίας.

3ο βήμα: Η μία πλευρά της γωνίας πρέπει να διέρχεται από την ένδειξη 0 της κλίμακας στο μοιρογνωμόνιο.

4ο βήμα: Μετράμε πάνω στην κλίμακα που αντιστοιχεί στο 0 που χρησιμοποιήσαμε. Βρίσκουμε το 70° και βάζουμε εκεί ένα σημείο Β.

5ο βήμα: Σχεδιάζουμε τη δεύτερη πλευρά της γωνίας ενώνοντας το σημείο Β με την κορυφή Ο.

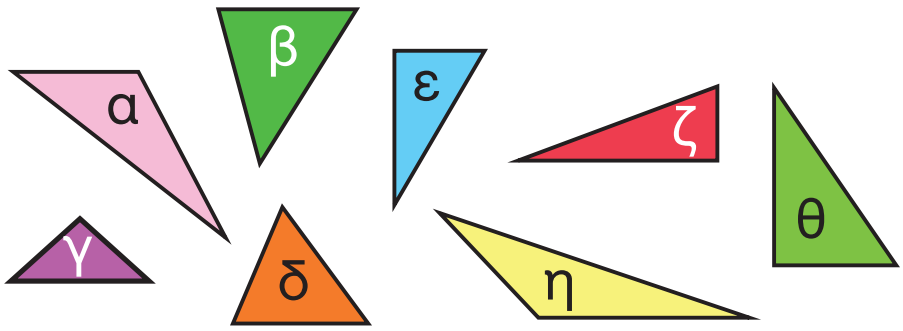
6ο βήμα: Η γωνία ..... είναι αυτή που κατασκευάσαμε.

Αναστοχασμός

1. Η Αγγελική και η Δανάη μέτρησαν μία γωνία με το μοιρογνωμόνιό τους. Η Δανάη είπε ότι η γωνία είναι 130° και η Αγγελική 50°. Ποιο λάθος φαίνεται ότι κάνει ένα από τα δύο κορίτσια; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.
2. Σχεδιάζουμε μία γωνία και την ονομάζουμε με δύο διαφορετικούς τρόπους.
3. Οι πλευρές μίας γωνίας βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Πόσες μοίρες είναι η γωνία;

Διερεύνηση

1. Βρίσκουμε ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στα παρακάτω τρίγωνα και τις συζητάμε στην τάξη.



α. Βρίσκουμε δύο ομοιότητες που έχουν όλα τα τρίγωνα **ως προς τις γωνίες** τους.

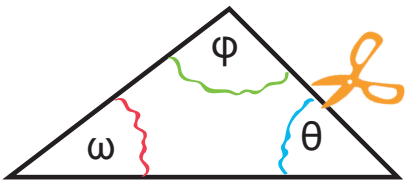
1η ομοιότητα: .....

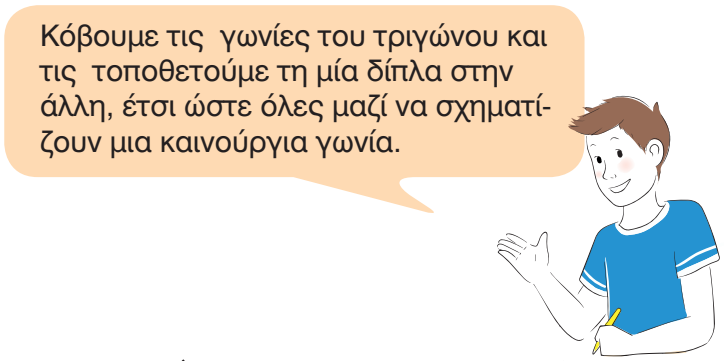
2η ομοιότητα: .....

β. Κατατάσσουμε τα παραπάνω τρίγωνα σε τρεις ομάδες με κοινό χαρακτηριστικό το είδος των γωνιών που έχουν, έτσι ώστε κάθε τρίγωνο να ανήκει σε μία μόνον ομάδα.

	Τρίγωνα	Είδος γωνιών
1η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν ..... .
2η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν ..... .
3η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν ..... .

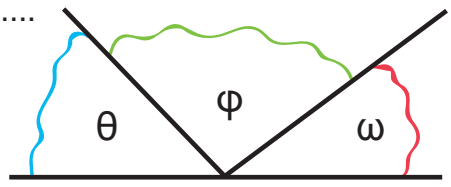
2. Σχεδιάζουμε σε χαρτόνι τρίγωνα και προτείνουμε τρόπους, για να βρούμε το άθροισμα των γωνιών τους.





Παρατηρούμε ότι:

$\hat{\theta} + \hat{\varphi} + \hat{\omega} =$ .....



Συζητάμε στην τάξη αν το άθροισμα των γωνιών είναι το ίδιο για οποιοδήποτε τρίγωνο.

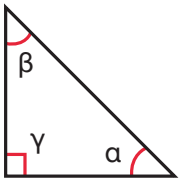
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

- Κάθε τρίγωνο έχει τρεις γωνίες και τρεις πλευρές.
- Όλα τα τρίγωνα έχουν τουλάχιστον 2 οξείες γωνίες.

Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°.

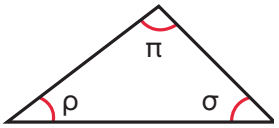
Το τρίγωνο που περιέχει:
- ✓ τρεις οξείες γωνίες ονομάζεται **οξυγώνιο**,
- ✓ ορθή γωνία ονομάζεται **ορθογώνιο**,
- ✓ αμβλεία γωνία ονομάζεται **αμβλυγώνιο.**

Παραδείγματα



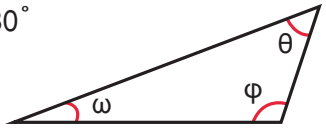
Ορθογώνιο τρίγωνο

$\hat{\alpha}+\hat{\beta}+\hat{\gamma}=180^\circ$



Οξυγώνιο τρίγωνο

$\hat{\pi}+\hat{\rho}+\hat{\sigma}=180^\circ$



Αμβλυγώνιο τρίγωνο

$\hat{\omega}+\hat{\varphi}+\hat{\theta}=180^\circ$

Εφαρμογή

Να κατασκευάσετε μέσα στο πλαίσιο ένα τρίγωνο.

α. Να ονομάσετε τις γωνίες του.

β. Με τη βοήθεια του μοιρογνωμόνιου να μετρήσετε κάθε γωνία του.

γ. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Γωνία	Μοίρες	Είδος γωνίας

δ. Με βάση τον παραπάνω πίνακα να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου: .....

ε. Να συζητήσετε στην τάξη το ενδεχόμενο κάποιοι συμμαθητές σας και κάποιες συμμαθήτριές σας να μην έχουν βρει την ίδια τιμή στο άθροισμα των γωνιών του τριγώνου με εσάς, αλλά κάποια άλλη τιμή κοντά σε αυτήν.

- Γιατί μπορεί να συμβεί κάτι τέτοιο;
- Με ποιον τρόπο θα μπορούσατε να εργαστείτε, ώστε να ισχυριστείτε με σιγουριά ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 180°;

Αναστοχασμός

1. Μπορεί ένα τρίγωνο να έχει 2 αμβλείες γωνίες; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.
2. Με βάση τις μοίρες των γωνιών του τριγώνου, ποιο είναι το είδος του τριγώνου σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις;

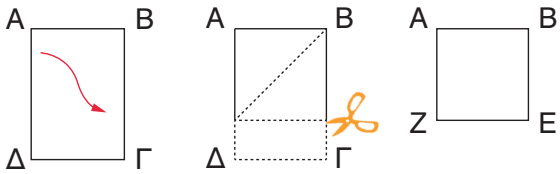
   α. 80°, 65°, 35° β. 90°, 75°, 15° γ. 114°, 33°, 33°
3. Εξηγούμε γιατί ένα τρίγωνο έχει τουλάχιστον δύο οξείες γωνίες.

41

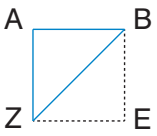
Διερεύνηση

Κατασκευάζουμε τρίγωνα και συγκρίνουμε τις πλευρές τους και τις γωνίες τους.

α. Διπλώνουμε μια σελίδα χαρτί μεγέθους Α4, όπως φαίνεται στην εικόνα, έτσι ώστε να σχηματιστεί τετράγωνο.
Έπειτα διπλώνουμε το τετράγωνο με τέτοιον τρόπο, ώστε η κορυφή Ε να συμπέσει με την κορυφή Α.



α1. Με δίπλωση συγκρίνουμε τις δύο κάθετες πλευρές του τριγώνου ΑΒΖ.

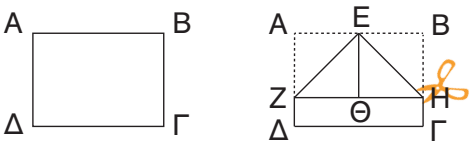


Οι πλευρές ΑΖ και ΑΒ είναι ..... .

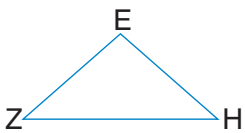
α2. Τι συμπεραίνουμε για τις δύο οξείες γωνίες $\hat{AZB}$ και $\hat{ABZ}$;

.....

β. Διπλώνουμε μία σελίδα χαρτί μεγέθους Α4, έτσι ώστε η κορυφή Α και η κορυφή Β να συμπέσουν στο σημείο Θ. Κόβουμε τα μέρη που περισσεύουν και έτσι έχουμε το τρίγωνο ΕΖΗ.



β1. Με δίπλωση συγκρίνουμε τις δύο πλευρές ΕΖ και ΕΗ του τριγώνου ΕΖΗ.

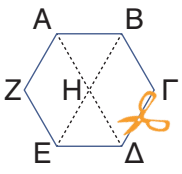


Οι πλευρές ΕΖ και ΕΗ είναι ..... .

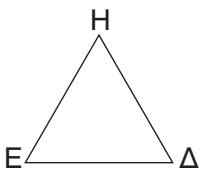
β2. Τι συμπεραίνουμε για τις δύο οξείες γωνίες $\hat{EZH}$ και $\hat{EHZ}$;

.....

γ. Κόβουμε το εξάγωνο από το παράρτημα. Ενώνουμε με μία ευθεία την κορυφή Α με την κορυφή Δ και την κορυφή Β με την Ε. Σχηματίζεται, έτσι, το τρίγωνο ΕΔΗ.



γ1. Με δίπλωση συγκρίνουμε και τις τρεις πλευρές του τριγώνου ΕΔΗ.



Οι πλευρές ΕΗ, ΕΔ και ΔΗ είναι ..... .

γ2. Τι συμπεραίνουμε για τις τρεις οξείες γωνίες του τριγώνου;

.....

Συζητάμε στην τάξη ποια είδη τριγώνων μπορούμε να διακρίνουμε με κριτήριο τις πλευρές των τριγώνων.

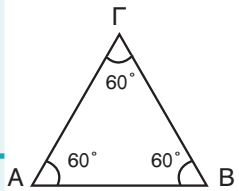
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Το τρίγωνο που έχει:

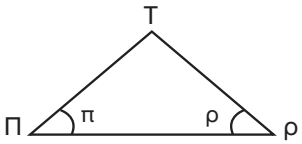
- ✓ και τις τρεις πλευρές του ίσες λέγεται **ισόπλευρο**,
- ✓ μόνο τις δύο πλευρές του ίσες λέγεται **ισοσκελές**,
- ✓ όλες τις πλευρές του άνισες λέγεται **σκαληνό**.

- Το **ισόπλευρο** τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες.
- Το **ισοσκελές** τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, αυτές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές.
- Το **σκαληνό** τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες άνισες.

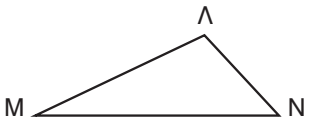
Παραδείγματα



ισόπλευρο τρίγωνο
ΑΒ=ΒΓ=ΑΓ



ισοσκελές τρίγωνο
ΠΤ=ΤΡ και $\hat{\pi}=\hat{\rho}$



σκαληνό τρίγωνο

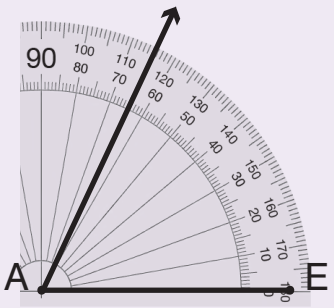
Εφαρμογή

1. Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο ΑΔΕ με πλευρά ΑΕ=4εκ. και γωνία $\hat{A} = 65^\circ$ και $\hat{E} = 65^\circ$.

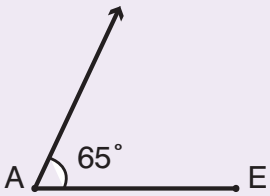
1ο βήμα: Σχεδιάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ = 4εκ.

2ο βήμα: Τοποθετούμε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο Α και την ένδειξη 0 της κλίμακας του μοιρογνωμόνιου που θα χρησιμοποιήσουμε πάνω στην πλευρά ΑΕ και προς τα δεξιά.

3ο βήμα: Βρίσκουμε στην κλίμακα το 65° και βάζουμε μια τελεία. Ενώνουμε την τελεία με το σημείο Α. Σχηματίζουμε με τον τρόπο αυτό μια γωνία 65°.



βήμα 1ο, 2ο και 3ο



βήμα 4ο και 5ο

4ο βήμα: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3. Κατασκευάζουμε με τον ίδιο τρόπο μία γωνία 65° τοποθετώντας το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο Ε.

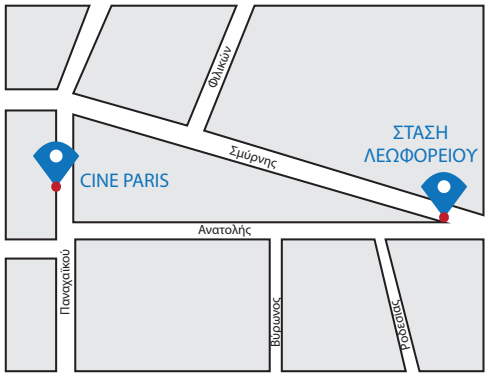
5ο βήμα: Προεκτείνουμε τις δύο πλευρές των γωνιών, μέχρι να συναντηθούν στο σημείο Δ. Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζουμε το τρίγωνο ΑΔΕ.

Αναστοχασμός

1. Χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το μοιρογνωμόνιο, εξηγούμε γιατί κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι 60°.
2. Μπορεί ένα σκαληνό τρίγωνο να είναι και αμβλυγώνιο;

Διερεύνηση

1. Ποια διαδρομή πρέπει να ακολουθήσουν τα παιδιά, για να φτάσουν από τη στάση λεωφορείου στο Cine Paris, διανύοντας τη μικρότερη απόσταση; Την οδό Σμύρνης ή την οδό Ανατολής, αν ο κινηματογράφος απέχει το ίδιο από τις δύο οδούς;



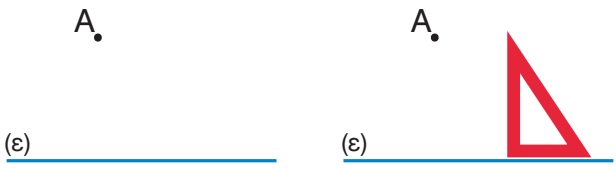


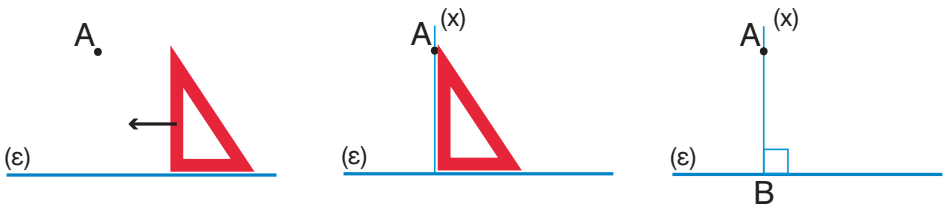
- Κάνουμε μία εκτίμηση: .....

.....

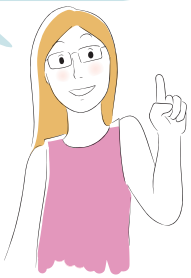
Συζητάμε στην τάξη τις επιλογές μας και καταλήγουμε σε συμπεράσματα για το πώς μετράμε την απόσταση.

2. Βρίσκουμε την απόσταση ενός σημείου Α από μία ευθεία.





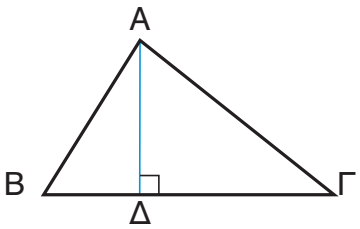
Τοποθετούμε τον γνώμονα με τη μία από τις κάθετες πλευρές πάνω στην ευθεία και τον σύρουμε κατά μήκος της ευθείας μέχρι το σημείο Α. Εκεί σχεδιάζουμε μία ευθεία.



Η απόσταση είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, δηλαδή το μέρος της ευθείας που αρχίζει από το Α και τελειώνει στο Β.



3. Χρησιμοποιούμε τον γνώμονα, για να σχεδιάσουμε τις αποστάσεις από τις άλλες δύο κορυφές Β και Γ του τριγώνου προς τις απέναντί τους πλευρές.



Συζητάμε στην τάξη τις παρατηρήσεις μας για τα τρία ευθύγραμμα τμήματα που δείχνουν τις αποστάσεις των κορυφών του τριγώνου από τις απέναντί τους πλευρές.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Κάθετες ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται, έτσι ώστε να σχηματίζουν γωνία 90°.

- Για να σχεδιάσουμε κάθετες ευθείες, χρησιμοποιούμε τον **γνώμονα**.

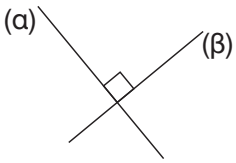
Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από ένα σημείο και τέμνει κάθετα μια ευθεία ονομάζεται **απόσταση** του σημείου από την ευθεία.

- Η **απόσταση** είναι η πιο σύντομη διαδρομή που ενώνει το σημείο με την ευθεία.

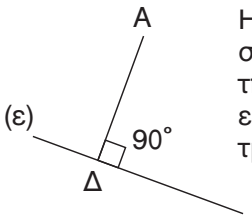
Σημείωση: Ευθύγραμμο τμήμα είναι ένα τμήμα μιας ευθείας που έχει δύο σημεία για άκρα.

- Το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από μια κορυφή ενός τριγώνου και είναι κάθετο στην απέναντι πλευρά ονομάζεται **ύψος του τριγώνου**.
- Κάθε τρίγωνο έχει τρία ύψη.
- Τα ύψη ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο.

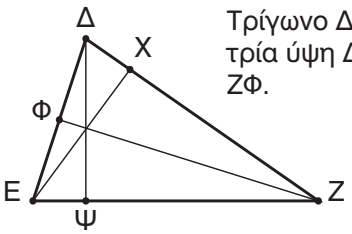
Παραδείγματα



Γράφουμε: α ⊥ β
Διαβάζουμε: η ευθεία α είναι κάθετη στην ευθεία β.



Η απόσταση του σημείου Α από την ευθεία (ε) είναι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ.

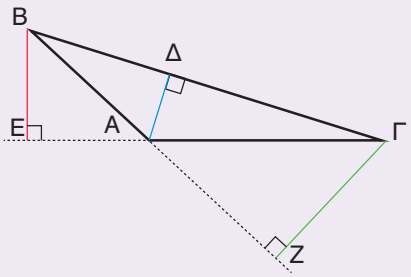


Τρίγωνο ΔΕΖ με τα τρία ύψη ΔΨ, ΕΧ και ΖΦ.

ΔΨ ⊥ ΕΖ
ΖΦ⊥ ΔΕ
ΕΧ ⊥ ΔΖ

Εφαρμογή

Να κατασκευάσετε τα ύψη στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ και να βρείτε το σημείο στο οποίο τέμνονται.



Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

Παρατηρούμε ότι, για να φέρουμε το ύψος ΒΕ από την κορυφή Β στην πλευρά ΑΓ, χρειάζεται να προεκτείνουμε την ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά αυτή.

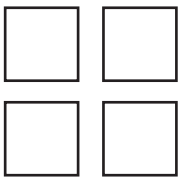
Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο, για να φέρουμε και το ύψος ΓΖ από την κορυφή Γ στην πλευρά ΑΒ.

Τα ύψη τέμνονται σε σημείο εκτός του τριγώνου. Προεκτείνουμε και τα τρία ύψη και βρίσκουμε το σημείο στο οποίο τέμνονται.

Αναστοχασμός

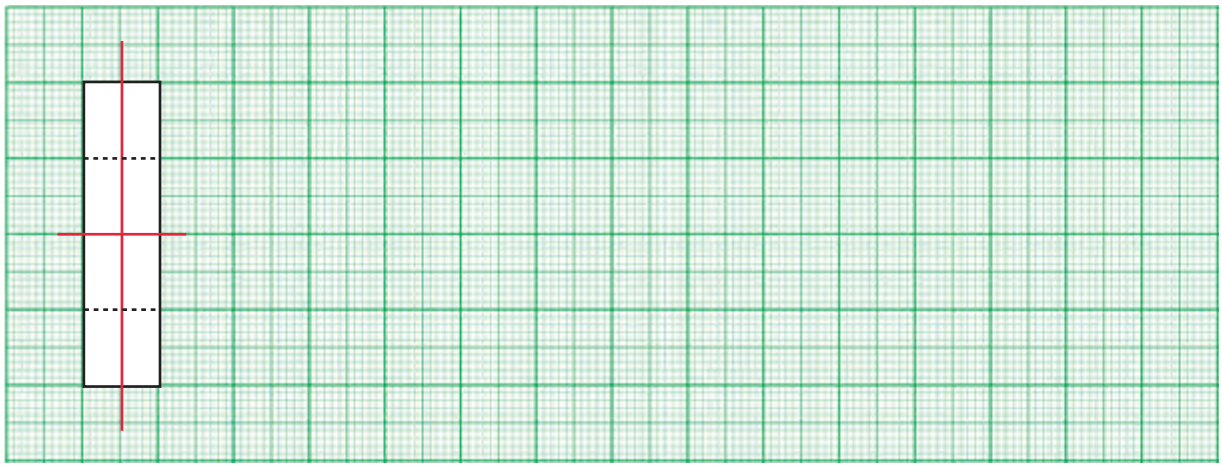
1. Πού βρίσκεται το σημείο όπου συναντιούνται τα τρία ύψη ενός ορθογώνιου τριγώνου;
2. Πού βρίσκεται το σημείο όπου συναντιούνται τα τρία ύψη ενός αμβλυγώνιου τριγώνου;
3. Ποια είναι τα δύο ύψη του ορθογώνιου τριγώνου που είναι πάντοτε σχεδιασμένα;

Διερεύνηση



1. Συνδυάζουμε μεταξύ τους 4 ίδια τετράγωνα, έτσι ώστε το σχήμα που θα προκύψει να έχει έναν ή περισσότερους άξονες συμμετρίας.

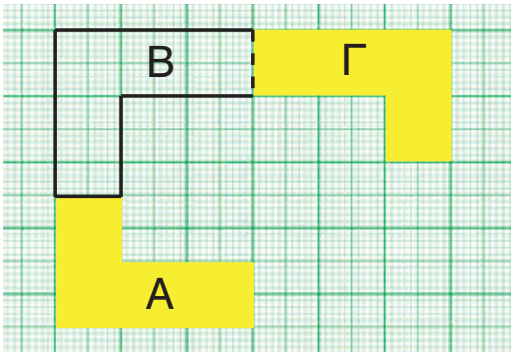
- Σχεδιάζουμε τα σχήματα που φτιάξαμε στο μιλιμετρέ χαρτί.
- Σχεδιάζουμε τους άξονες συμμετρίας σε κάθε σχήμα, όπως στο παράδειγμα:



Συζητάμε στην τάξη πόσα διαφορετικά σχήματα βρήκαμε.

2. Ο Νίκος άλλαξε το σχήμα Α στο σχήμα Γ χρησιμοποιώντας διαδοχικά άξονες συμμετρίας.

- Σκεφτόμαστε δύο διαφορετικούς τρόπους, για να κάνουμε το ίδιο.



Διπλώνω στην ευθεία του άξονα συμμετρίας και το σχήμα Α αλλάζει θέση και προσανατολισμό. Κάνω το ίδιο στο σχήμα Β με νέο άξονα συμμετρίας και προκύπτει το σχήμα Γ.



Συζητάμε στην τάξη τις αλλαγές που αναμένουμε στο αρχικό σχήμα, αν ο άξονας συμμετρίας κόβει το σχήμα ή αν βρίσκεται εκτός του σχήματος.

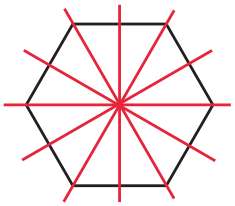
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Ένα σχήμα έχει **άξονα συμμετρίας** μία ευθεία γραμμή, όταν μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα, ώστε το ένα να συμπίπτει με το άλλο, διπλώνοντας το χαρτί κατά μήκος αυτής της γραμμής.

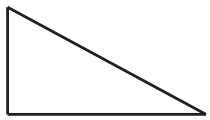
- Η ευθεία αυτή ονομάζεται **άξονας συμμετρίας** του σχήματος.
- Ένα σχήμα μπορεί να έχει κανένα, ένα, δύο ή περισσότερους άξονες συμμετρίας.

Μπορούμε να βρούμε το **συμμετρικό ενός σχήματος** ως προς κάποια ευθεία, που την ονομάζουμε **άξονα συμμετρίας**, όταν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος της ευθείας αυτής.

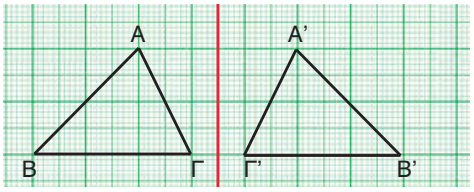
Παραδείγματα



σχήμα με 6 άξονες συμμετρίας

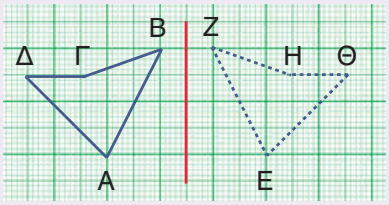


σχήμα με κανένα άξονα συμμετρίας



Εφαρμογή

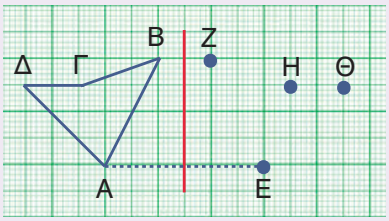
Να σχεδιάσετε το συμμετρικό του σχήματος ΑΒΓΔ ως προς άξονα συμμετρίας την κόκκινη ευθεία.



α. Διπλώνοντας το χαρτί κατά μήκος της κόκκινης ευθείας, βρίσκουμε το συμμετρικό του σχήματος ΑΒΓΔ, που είναι το ΕΖΗΘ.

- Τα συμμετρικά σημεία των Α, Β, Γ, Δ είναι αντίστοιχα τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ.
- Όπως γίνεται φανερό με τη δίπλωση, τα συμμετρικά σημεία απέχουν το ίδιο από τον άξονα συμμετρίας.

β. Βρίσκουμε την απόσταση του σημείου Α από τον άξονα συμμετρίας. Το συμμετρικό του σημείο Ε βρίσκεται σε ίση απόσταση από τον άξονα συμμετρίας.



- Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουμε τα σημεία Ζ, Η, Θ.

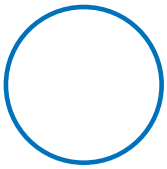
γ. Ενώνουμε τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ και σχεδιάζουμε το σχήμα ΕΖΗΘ που είναι συμμετρικό του ΑΒΓΔ ως προς την κόκκινη ευθεία, που είναι ο άξονας συμμετρίας.

Αναστοχασμός

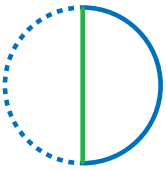
1. Ποια κορυφή ισοσκελούς τριγώνου βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας του;
2. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να έχει άξονα συμμετρίας;
3. Οι άξονες συμμετρίας ενός ισόπλευρου τριγώνου, τι άλλο είναι στο τρίγωνο;

Διερεύνηση

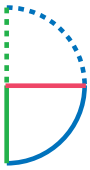
1. Γνωρίζουμε το σχήμα του κύκλου:



1. Κόβουμε προσεχτικά τον μπλε κύκλο από το παράρτημα.

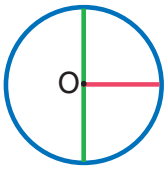


2. Διπλώνουμε το χαρτί σε δύο ίσα μέρη. Ζωγραφίζουμε πράσινη τη γραμμή δίπλωσής του.



3. Διπλώνουμε και πάλι το χαρτί, ώστε να σχηματιστούν τέσσερα ίσα μέρη. Ζωγραφίζουμε κόκκινη τη δεύτερη γραμμή δίπλωσής του.

4. Ζωγραφίζουμε μαύρο το σημείο Ο στο οποίο τέμνονται οι γραμμές δίπλωσης.



α. Ονομάζουμε την πράσινη και την κόκκινη γραμμή και το σημείο Ο.

πράσινη: ..... κόκκινη: ..... σημείο Ο: .....

β. Παρατηρώντας το σχήμα του κύκλου, συμπληρώνουμε τις προτάσεις.

- Η ..... είναι διπλάσια της .....
- Η μέτρηση της ..... γραμμής μας δίνει το μήκος του κύκλου.

2. Εντοπίζουμε το σχήμα του κύκλου σε αντικείμενα της τάξης μας και:



μεζούρα

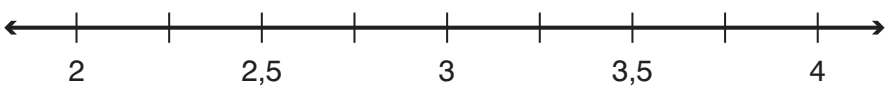
α. Με μια μεζούρα ή με ένα κομμάτι σπάγκου και χάρακα μετράμε το μήκος κύκλου και τη διάμετρο του κάθε αντικειμένου.

β. Συμπληρώνουμε τον πίνακα και υπολογίζουμε με την αριθμομηχανή.



Αντικείμενα	μήκος κύκλου (σε εκ.)	διάμετρος (σε εκ.)	μήκος κύκλου: διάμετρος (σε εκ.)
χάρτινος κύκλος			
χείλος ποτηριού	24,7	7,8	3,17

γ. Τοποθετούμε το αποτέλεσμα κάθε διαίρεσης στην αριθμογραμμή:



Συζητάμε στην τάξη ανάμεσα σε ποιους αριθμούς βρίσκονται τα αποτελέσματα των διαιρέσεών μας.

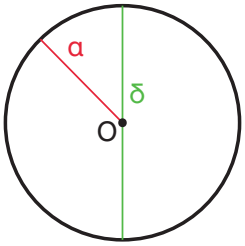
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Τα κύρια στοιχεία του κύκλου είναι:
το **κέντρο** Ο, η **ακτίνα** α και η **διάμετρος** δ.

Για να υπολογίσουμε το μήκος κύκλου, πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό **π** με τη διάμετρο του κύκλου.
μήκος κύκλου =π x δ=3,14 x δ

Ο αριθμός που συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα **π** είναι με προσέγγιση εκατοστού **3,14**.

Παραδείγματα



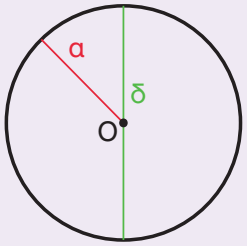
Η διάμετρος του κύκλου είναι 3 εκ.

Επομένως: μήκος κύκλου =
π x δ=3,14 x 3=9,42 εκ.

Ιστορικό σημείωμα

Από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα, το πηλίκο της διαίρεσης του μήκους οποιουδήποτε κύκλου με τη διάμετρό του προσεγγίζεται όλο και με μεγαλύτερη ακρίβεια και είναι ο αριθμός 3,14159265... που έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία.
Ο αριθμός αυτός συμβολίζεται σε όλον τον κόσμο με το ελληνικό γράμμα **π** και στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την προσεγγιστική του τιμή **3,14**.

Εφαρμογή



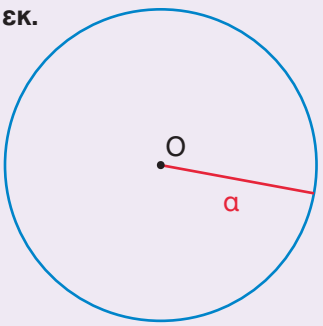
1. Να υπολογίσετε το μήκος ενός κύκλου ακτίνας 3 εκ.

Το μήκος του κύκλου είναι: μήκος κύκλου =3,14 x δ

Επειδή η διάμετρος ενός κύκλου είναι διπλάσια της ακτίνας, έχουμε:

μήκος κύκλου = 3,14 x 2 x ..... = 3,14 x ..... =..... εκ.

2. Να υπολογίσετε την ακτίνα ενός κύκλου που το μήκος του είναι 15,7 εκ.



Το μήκος του κύκλου είναι: μήκος κύκλου =3,14 x δ

Αφού το μήκος του κύκλου είναι 15,7, έχουμε:

δ = 15,7: 3,14 άρα : δ = ...

Για να βρούμε την ακτίνα, θα διαιρέσουμε τη διάμετρο διά δύο.

Άρα α= ..... : .....=..... εκ.

Αναστοχασμός

1. Δύο κύκλοι με διαφορετικό μέγεθος ακτίνας μπορεί να έχουν το ίδιο μήκος κύκλου; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.
2. Η Αγγελική υποστηρίζει ότι ο αριθμός π είναι 3,14 εκ. Έχει δίκιο ή όχι και γιατί;
3. Πόσες ακτίνες και πόσες διαμέτρους έχει ένας κύκλος;

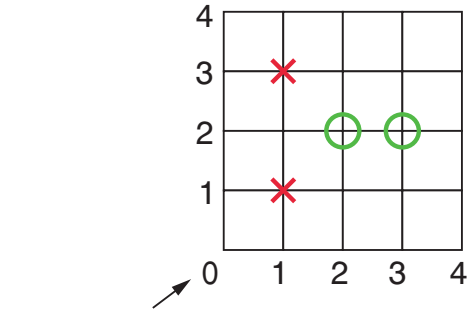
Κεφάλαια 36 - 44

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ **να αναγνωρίζω και να περιγράφω τη μεγέθυνση και τη σμίκρυνση ενός σχεδίου ή μιας εικόνας σε διάφορες κλίμακες,**
- ✓ **να περιγράφω τοποθεσίες και διαδρομές σε απλούς χάρτες,**
- ✓ **να διακρίνω τα είδη των γωνιών,**
- ✓ **να συγκρίνω και να σχηματίζω γωνίες,**
- ✓ **να διακρίνω τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές,**
- ✓ **να χαράζω γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων,**
- ✓ **να χαράζω τα ύψη ενός τριγώνου,**
- ✓ **να υπολογίζω το μήκος ενός κύκλου,**
- ✓ **να αναγνωρίζω συμμετρικά σχήματα και σχήματα με άξονες συμμετρίας,**
- ✓ **να εντοπίζω τους άξονες συμμετρίας,**
- ✓ **να κατασκευάζω το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.**

1ο Πρόβλημα

Η Δανάη με τον Αντρέι παίζουν το παιχνίδι που τους έμαθε η Αγγελική. Ο παίκτης ή η παίκτρια που θα συμπληρώσει 4 **X** ή 4 **O** στην ίδια γραμμή ή στην ίδια στήλη κερδίζει. Η Δανάη έχει το **X** και ο Αντρέι το **O**.



α. Η Δανάη βάζει **X** στο σημείο: 1 μπροστά και 3 επάνω, δηλαδή στο σημείο (.... , ...).

β. Ο Αντρέι βάζει **O** στο σημείο: 3 μπροστά και 2 επάνω, δηλαδή στο σημείο (..... , ...).

- Καταγράφουμε τις επόμενες κινήσεις των παιδιών.

γ. Η Δανάη βάζει **X** στο σημείο: ..... , δηλαδή στο σημείο (..... , ...).

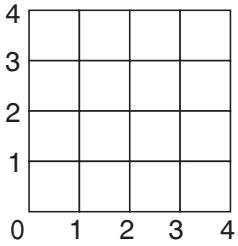
δ. Ο Αντρέι βάζει **O** στο σημείο: ..... , δηλαδή στο σημείο (..... , ...).

- Πού είναι καλύτερα να βάλει **X** η Δανάη τώρα; Δικαιολογούμε την επιλογή μας.

  .....

  .....

- Παίζουμε με έναν συμμαθητή μας ή με μια συμμαθήτριά μας το ίδιο παιχνίδι. Για κάθε κίνηση που κάνουμε προσδιορίζουμε το σημείο.

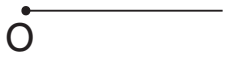
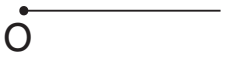
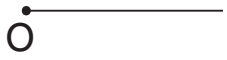


2ο Πρόβλημα

Σε έναν χάρτη της Ελλάδας, με τη βοήθεια της κλίμακας στην οποία είναι σχεδιασμένος, υπολογίζουμε σε χιλιόμετρα την πραγματική απόσταση σε ευθεία γραμμή Θεσσαλονίκη – Κομοτηνή.

3ο Πρόβλημα

Σχεδιάζουμε με το μοιρογνωμόνιο τις παρακάτω γωνίες. Τις ονομάζουμε με μικρά γράμματα της αλφαβήτας και γράφουμε από κάτω το είδος της κάθε γωνίας.

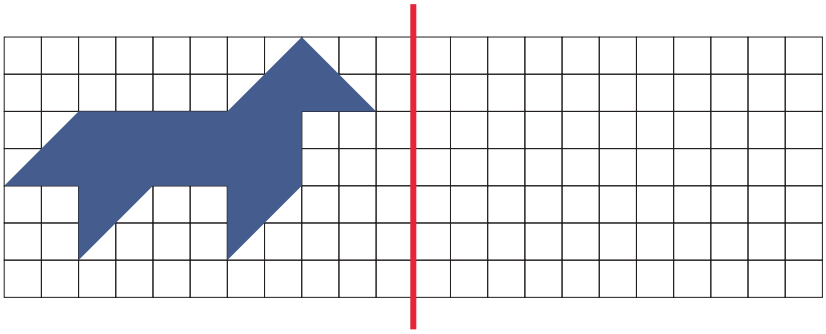
γωνία 30°	γωνία 100°	γωνία 90°	γωνία 180°
			
.....	.....	.....	.....

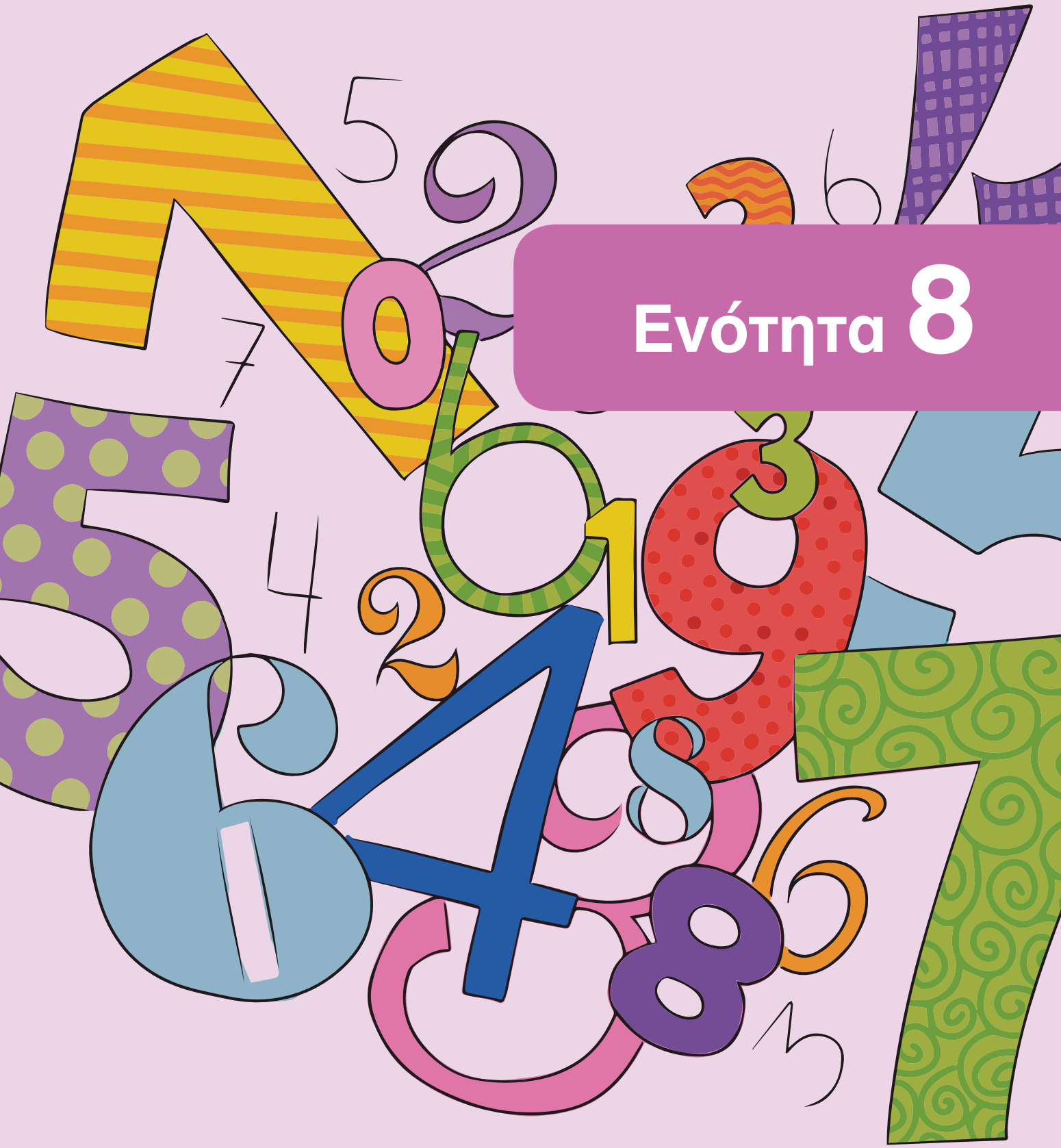
4ο Πρόβλημα

Σχεδιάζουμε ένα ισόπλευρο, ένα ισοσκελές και ένα ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο.

5ο Πρόβλημα

Σχεδιάζουμε το συμμετρικό του σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας την κόκκινη ευθεία.

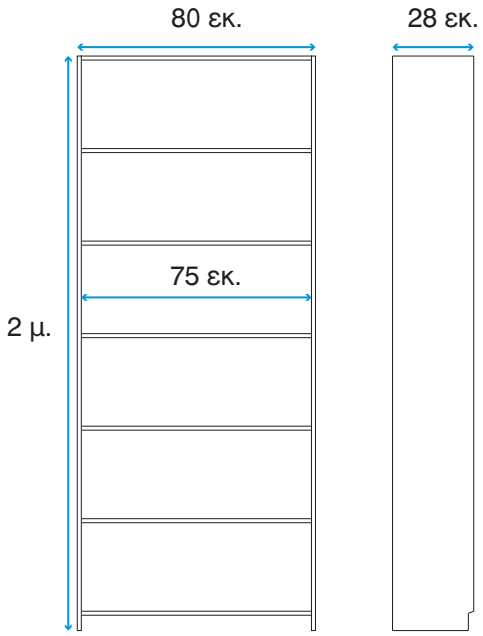




Ενότητα 8

Διερεύνηση

Ο Νίκος χρειάζεται μία βιβλιοθήκη για το δωμάτιό του. Στο Διαδίκτυο βρήκε το σκίτσο της βιβλιοθήκης που του αρέσει.



Ποιες είναι οι διαστάσεις της βιβλιοθήκης;

.....

Με ποιες μονάδες μέτρησης εκφράζεται καθεμία από αυτές και ποια σχέση έχουν μεταξύ τους;

.....

Μία άλλη βιβλιοθήκη που έχει υπόψη του ο Νίκος έχει τις παρακάτω διαστάσεις:
Πλάτος: 96 εκ.
Βάθος: 35 εκ.
Ύψος: 197 εκ.

Πώς μπορεί ο Νίκος να συγκρίνει τις διαστάσεις της μίας βιβλιοθήκης με αυτές της άλλης;

.....

Με ποιες διαφορετικές μορφές αριθμών μπορούμε να εκφράσουμε τις διαστάσεις μιας βιβλιοθήκης;

.....

Συζητάμε ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης του μήκους και ποια η σχέση της με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος είναι ο αριθμός που εκφράζει το αποτέλεσμα της σύγκρισής του με ένα άλλο, το οποίο θεωρούμε **μονάδα μέτρησης**.

Βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο** (μ. ή m).

α. Υποδιαιρέσεις του μέτρου είναι:

- το δεκατόμετρο ή παλάμη (δεκ. ή dm),
- το εκατοστόμετρο ή εκατοστό ή πόντος (εκ. ή cm),
- το χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (χιλ. ή mm).

β. Πολλαπλάσια του μέτρου είναι:

- το χιλιόμετρο (χμ. ή km).
- το ναυτικό μίλι (χρησιμοποιείται στη ναυσιπλοΐα).

Για να μετατρέψουμε μία μονάδα μέτρησης του μήκους στην αμέσως μικρότερή της, **πολλαπλασιάζουμε** με το **10**, ενώ στην αμέσως μεγαλύτερή της, **διαιρούμε** με το **10**.

Παραδείγματα

α. ●——●

β. ●——●——●——●

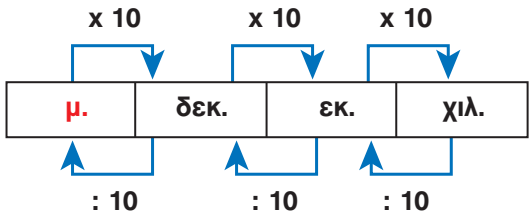
Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος β με μονάδα μέτρησης το α είναι 3.

1 μ. = 10 δεκ. ή 1 δεκ. $= \frac{1}{10}$ μ. = 0,1 μ.

1δεκ. = 10 εκ. ή 1 εκ. $= \frac{1}{10}$ δεκ. = 0,1 δεκ.

1 εκ. = 10 χιλ. ή 1 χιλ. $= \frac{1}{10}$ εκ. = 0,1 εκ.

1 χμ. = 1.000 μ.
1 ναυτικό μίλι = 1.852 μ.



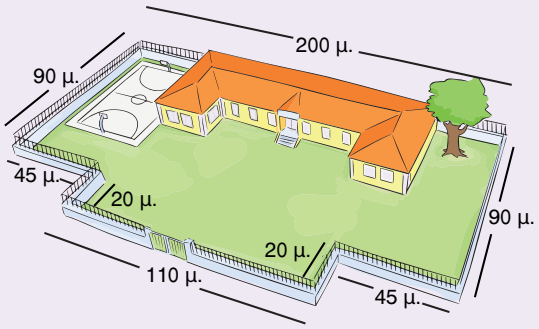
Εφαρμογή

Η αυλή ενός σχολείου έχει το σχήμα της διπλανής εικόνας. Να υπολογίσετε την περίμετρό της.

Η περίμετρος της αυλής, δηλαδή το άθροισμα του μήκους των πλευρών της, είναι:

.....

.....



Αναστοχασμός

1. Η Δανάη μέτρησε το μήκος της γόμας της κι έγραψε στο τετράδιό της τον αριθμό 5. Τι ξέχασε να γράψει δίπλα στο 5;
2. Εξηγούμε γιατί διαιρούμε με το 1.000, όταν μετατρέπουμε τα μέτρα σε χιλιόμετρα.
3. Αναφέρουμε τη μονάδα μέτρησης που χρησιμοποιούμε, για να μετρήσουμε το μήκος, το πλάτος και το πάχος του βιβλίου των Μαθηματικών μας.
4. Διακρίνουμε τη μορφή κάθε αριθμού κι εξηγούμε γιατί οι παρακάτω αριθμοί εκφράζουν ίσο μήκος:

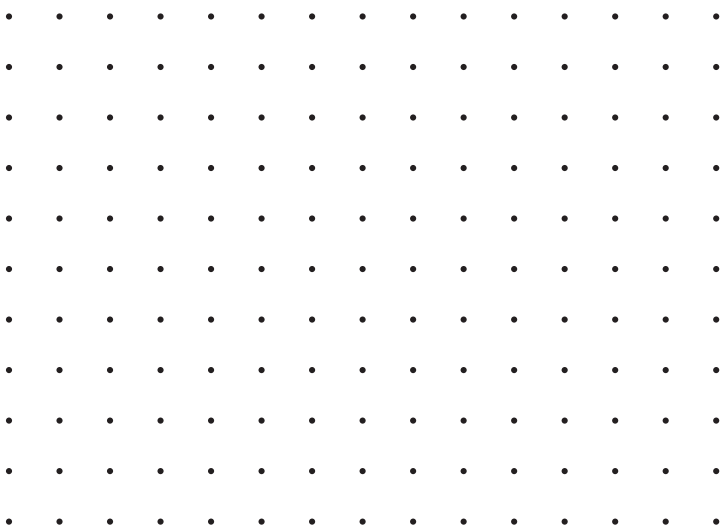
α. 1,06 μ. β. 1μ. 6 εκ. γ. $\frac{106}{100}$ μ. δ. $1\frac{6}{100}$ μ. ε. 106 εκ. στ. 10,6 δεκ.

Διερεύνηση



Συζητάμε τα είδη των γραμμών που αναγνωρίζουμε στην παραπάνω ζωγραφιά των μαθητών και των μαθητριών της Ε΄τάξης.

Στο χαρτί με τις τελείες σχεδιάζουμε κλειστές τεθλασμένες γραμμές και φτιάχνουμε διάφορα γεωμετρικά σχήματα:



Συζητάμε:

α. σε ποιες ομάδες μπορούμε να διακρίνουμε τα γεωμετρικά σχήματα, αν μετρήσουμε το πλήθος των κορυφών τους,

β. τι μετράμε, αν προσθέσουμε τα μήκη όλων των πλευρών κάθε γεωμετρικού σχήματος.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Το σχήμα που φτιάχνεται από μια κλειστή τεθλασμένη γραμμή και οι πλευρές του τέμνονται μόνο σε σημεία που είναι κορυφές του ονομάζεται **πολύγωνο**.	
Το **τρίγωνο**, το **τετράπλευρο**, το **πεντάγωνο** και το **εξάγωνο** είναι πολύγωνα με τρεις, τέσσερις, πέντε και έξι κορυφές αντίστοιχα.	 τρίγωνο τετράπλευρο πεντάγωνο εξάγωνο
Ένα πολύγωνο ονομάζεται **κανονικό**, όταν έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.	
Περίμετρος (Π) ενός πολυγώνου είναι το άθροισμα των μηκών των πλευρών του.	 2 εκ. 3 εκ. 4 εκ. Πτρ. = 2 εκ. + 3 εκ. + 4 εκ. = 9 εκ.

Εφαρμογή

Να βρείτε τις περιμέτρους: α. ενός ισόπλευρου τριγώνου, β. ενός τετραγώνου, γ. ενός κανονικού πενταγώνου και δ. ενός κανονικού εξαγώνου, καθένα από τα οποία έχει μήκος πλευράς 4,5 εκ. Να γράψετε το συμπέρασμά σας.

Επειδή η περίμετρος είναι το άθροισμα των μηκών των πλευρών κάθε πολυγώνου και κάθε κανονικό πολύγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες, οι περίμετροί τους είναι:



α. $\Pi_{\text{ισόπλευρου τριγώνου}}$ = _____

β. $\Pi_{\text{τετραγώνου}}$ = _____

γ. $\Pi_{\text{κανονικού πενταγώνου}}$ = _____

δ. $\Pi_{\text{κανονικού εξαγώνου}}$ = _____

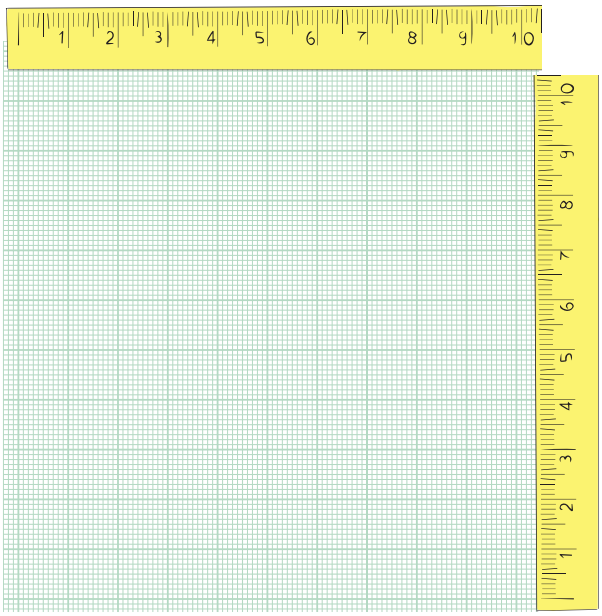
Επομένως, για να βρούμε την περίμετρο ενός κανονικού πολυγώνου, ... το μήκος της πλευράς .....

Αναστοχασμός

1. Εξηγούμε γιατί το ισόπλευρο τρίγωνο και το τετράγωνο είναι κανονικά πολύγωνα.
2. Η Δανάη υποστηρίζει ότι όλα τα εξάγωνα είναι κανονικά. Έχει δίκιο ή όχι και γιατί;
3. Εξηγούμε γιατί το ορθογώνιο και ο ρόμβος δεν είναι κανονικά πολύγωνα.
4. Ο Νίκος θέλει να σχεδιάσει ένα τετράγωνο, ένα ισόπλευρο τρίγωνο και ένα κανονικό εξάγωνο, καθένα από τα οποία έχει περίμετρο 24 εκ. Πώς θα υπολογίσει το μήκος της πλευράς του κάθε σχήματος;

Διερεύνηση

Σχεδιάζουμε στο παρακάτω τετραγωνισμένο χαρτί ένα τετράγωνο με πλευρά 1 εκ.



Πόσα τέτοια τετράγωνα έχει το τετραγωνισμένο χαρτί της παραπάνω εικόνας;

.....

Υπολογίζουμε πόσα τετράγωνα με πλευρά 1 χιλ. έχουν:
α. το τετράγωνο που σχεδιάσαμε

.....

β. το τετραγωνισμένο χαρτί της εικόνας

.....

Συζητάμε ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης της επιφάνειας και ποια η σχέση της με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Εμβαδό ενός επίπεδου σχήματος είναι ο αριθμός που εκφράζει το αποτέλεσμα της σύγκρισής του με ένα άλλο επίπεδο σχήμα το οποίο θεωρούμε **μονάδα μέτρησης**.

Βασική μονάδα μέτρησης της επιφάνειας είναι το **τετραγωνικό μέτρο** (τ.μ.), που είναι ένα τετράγωνο με μήκος πλευράς 1 μ.

Α. Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου είναι:

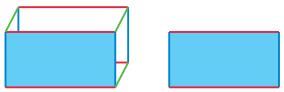
- το τετραγωνικό δεκατόμετρο (τ.δεκ.),
- το τετραγωνικό εκατοστόμετρο (τ.εκ.),
- το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (τ.χιλ.).

Β. Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου είναι:

- το τετραγωνικό χιλιόμετρο (τ.χμ.).
- το στρέμμα (στρέμ.).

Για να μετατρέψουμε μία μονάδα μέτρησης της επιφάνειας στην αμέσως μικρότερή της, **πολλαπλασιάζουμε** με το **100**, ενώ στην αμέσως μεγαλύτερή της, **διαιρούμε** με το **100**.

Παραδείγματα



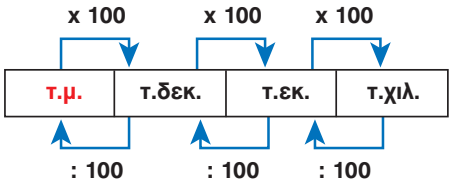
Η σκιασμένη επιφάνεια του σώματος είναι 6 τ.εκ. ή έχει εμβαδό 6 τ.εκ.

1 τ.μ. = 100 τ.δεκ. ή 1 τ.δεκ. $= \frac{1}{100}$ τ.μ.

1 τ.δεκ. = 100 τ. εκ. ή 1 τ.εκ. $= \frac{1}{100}$ τ.δεκ.

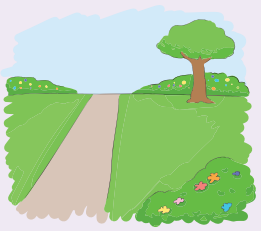
1 τ.εκ. = 100 τ.χιλ. ή 1 τ.χιλ. $= \frac{1}{100}$ τ.εκ.

1 τ.χμ. = 1.000 στρέμ.
1 στρέμ. = 1.000 τ.μ.



Εφαρμογή

Μέσα στο οικόπεδο του κυρίου Γιάννη, το οποίο έχει επιφάνεια 2 στρέμ., θα κατασκευαστεί ένας δρόμος επιφάνειας 200 τ.μ., που θα το χωρίσει σε δύο οικόπεδα το ένα διπλάσιας επιφάνειας από το άλλο. Να βρείτε πόσο θα είναι το εμβαδό κάθε οικοπέδου μετά την κατασκευή του δρόμου.



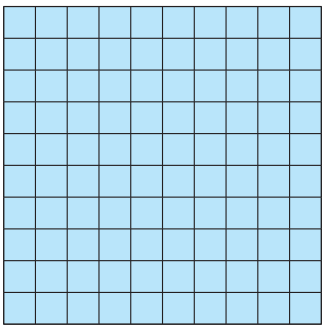
Η επιφάνεια του αρχικού οικοπέδου είναι 2 στρέμ.= 2 x 1.000 τ.μ. = 2.000 τ.μ.
Η επιφάνεια των δύο οικοπέδων θα είναι: 2.000 - 200 = 1.800 τ.μ. Επειδή το ένα οικόπεδο θα έχει διπλάσια επιφάνεια από το άλλο, η επιφάνεια των δύο οικοπέδων θα αποτελείται από τρία ίσα μέρη. Επομένως
1.800 : 3 = 600 τ.μ. θα είναι η επιφάνεια του ενός οικοπέδου και 2 x 600 = 1.200 τ.μ. του άλλου.

Αναστοχασμός

1. Η Δανάη μέτρησε την επιφάνεια του θρανίου της κι έγραψε τον αριθμό 0,048. Τι ξέχασε να γράψει δίπλα στον αριθμό;
2. Εξηγούμε γιατί διαιρούμε διά 1.000.000, όταν μετατρέπουμε τα τ.μ. σε τ.χμ.
3. Αναφέρουμε ποια μονάδα μέτρησης χρησιμοποιούμε, για να μετρήσουμε την επιφάνεια του δαπέδου ενός σπιτιού.
4. Αναγνωρίζουμε τη μορφή κάθε αριθμού κι εξηγούμε γιατί οι παρακάτω αριθμοί εκφράζουν ίση επιφάνεια:

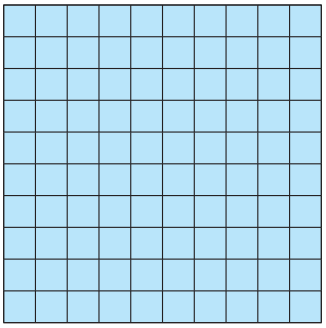
α. 4,0002 τ.μ. β. 4 τ.μ. 2 τ.εκ. γ. $\frac{40.002}{10.000}$ τ.μ. δ. $4\frac{2}{10.000}$ τ.μ. ε. 400,02 τ.δεκ.

Διερεύνηση



μία μονάδα

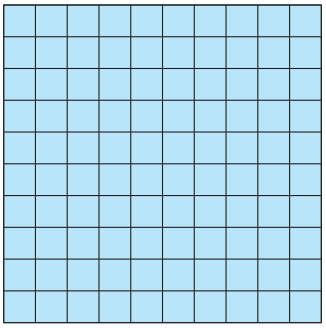
Σχεδιάζουμε στο διπλανό τετραγωνισμένο χαρτί ένα τετράγωνο με μήκος πλευράς 5 μονάδες και μετά υπολογίζουμε το εμβαδό του.



Σχεδιάζουμε στο διπλανό τετραγωνισμένο χαρτί ένα ορθογώνιο με μήκος 5 μονάδες και πλάτος 3 μονάδες και μετά υπολογίζουμε το εμβαδό του.
Σχεδιάζουμε τη μία διαγώνιό του ενώνοντας δύο μη διαδοχικές κορυφές του.

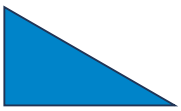
Συζητάμε:

α. ποια σχήματα προκύπτουν,
β. πόσο είναι το εμβαδό του καθενός από αυτά,
γ. ποια είναι η σχέση του εμβαδού τους με το εμβαδό του ορθογωνίου.



Σχεδιάζουμε στο διπλανό τετραγωνισμένο χαρτί ένα ορθογώνιο τρίγωνο και υπολογίζουμε το εμβαδό του.

Συζητάμε πώς μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδό οποιουδήποτε ορθογώνιου τριγώνου.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να υπολογίσουμε το **εμβαδό ενός τετραγώνου**, πολλαπλασιάζουμε το μήκος της πλευράς του επί τον εαυτό της.	2 μονάδες  $E_{τετραγ.}$ = μήκος πλευράς x μήκος πλευράς = 2 μονάδες x 2 μονάδες = 4 τετ. μονάδες
Για να υπολογίσουμε το **εμβαδό ενός ορθογωνίου**, πολλαπλασιάζουμε το μήκος επί το πλάτος του, όταν αυτά μετριούνται με την ίδια μονάδα μέτρησης.	5 μονάδες 3 μονάδες  $E_{ορθογ.}$ = μήκος x πλάτος = 5 μονάδες x 3 μονάδες = 15 τετ. μονάδες
Για να υπολογίσουμε το **εμβαδό ενός ορθογώνιου τριγώνου**, πολλαπλασιάζουμε τα μήκη των κάθετων πλευρών του, όταν αυτά μετριούνται με την ίδια μονάδα μέτρησης, και μετά διαιρούμε το γινόμενο αυτό με το 2.	3 μονάδες  5 μονάδες $E_{ορθ.τριγώνου}$ = $\frac{\text{μήκος κάθ.πλευράς x μήκος κάθ.πλευράς}}{2}$ = $= \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ τετ. μονάδες

Εφαρμογή



Ένας κήπος σε σχήμα τετραγώνου έχει εμβαδό 36 τ.μ. Να βρείτε την περίμετρό του.

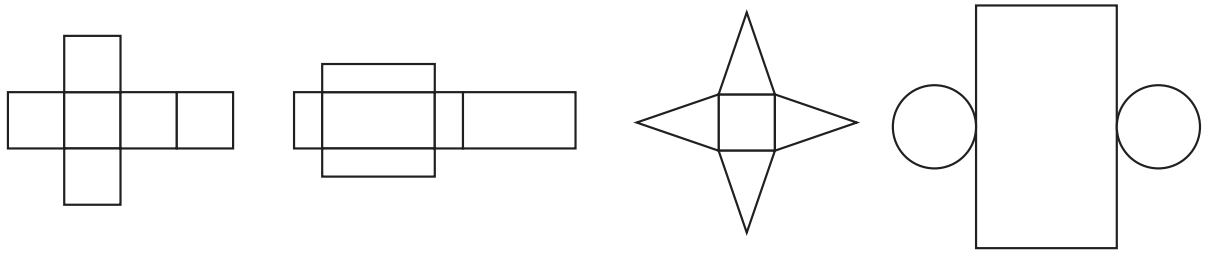
Το εμβαδό ενός τετραγώνου είναι ίσο με το γινόμενο του μήκους της πλευράς του επί τον εαυτό της. Ο αριθμός που, όταν πολλαπλασιαστεί με τον εαυτό του, δίνει γινόμενο 36, είναι ο 6. Επομένως το τετράγωνο με εμβαδό 36 τ.μ. έχει μήκος πλευράς ....., άρα η περίμετρός του είναι: .....

Αναστοχασμός

1. Ο Νίκος έγραψε ότι η περίμετρος ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι 10 τ.εκ. Εξηγούμε γιατί δεν είναι σωστό το αποτέλεσμά του.
2. Το εμβαδό ενός ορθογωνίου είναι 12 τ.μ. Το μήκος και το πλάτος του μπορεί να είναι:
   α. 1 μ. και 12 μ. β. 2 μ. και 6 μ. γ. 3 μ. και 4 μ. δ. 6 μ. και 6 μ.
3. Το εμβαδό ενός τετραγώνου είναι 144 τ.μ. Η περίμετρός του είναι:
   α. 12 μ. β. 48 τ.μ. γ. 0,48 μ. δ. 480 δεκ. ε. 480 εκ.
4. Εξηγούμε γιατί δεν μπορούμε να βρούμε το εμβαδό ενός ορθογωνίου, αν το μήκος και το πλάτος του δεν έχουν υπολογιστεί με την ίδια μονάδα μέτρησης.

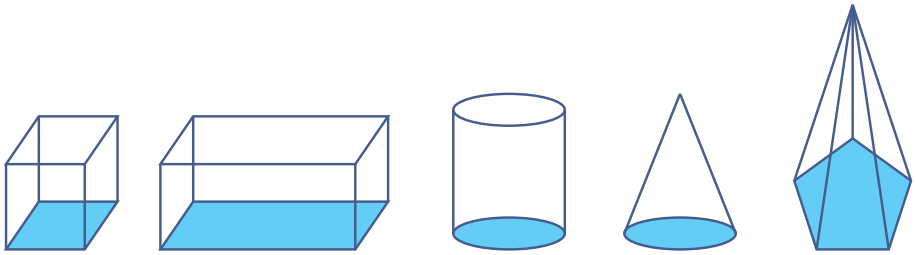
Διερεύνηση

Αναγνωρίζουμε τα γεωμετρικά σχήματα σε κάθε εικόνα:



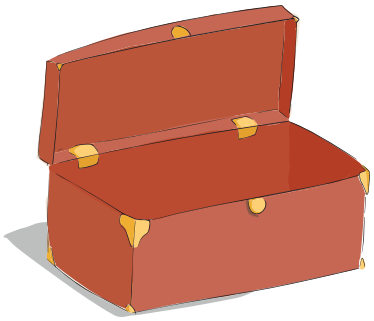
Συζητάμε ποια γεωμετρικά στερεά μπορούμε να σχηματίσουμε με τα παραπάνω αναπτύγματα.

Αναγνωρίζουμε τα παρακάτω γεωμετρικά στερεά και τη σχέση που έχουν με τα χρωματισμένα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα.



Συζητάμε σε τι διαφέρουν τα στερεά από τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα.

Συζητάμε ποιο γεωμετρικό στερεό μπορούμε να αναγνωρίσουμε στο μπαούλο της παρακάτω εικόνας.



Ποια από τα παραπάνω γεωμετρικά στερεά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, για να μετρήσουμε τον χώρο μέσα στο μπαούλο;

Συζητάμε πώς μπορούμε να μετρήσουμε τον χώρο μέσα στο μπαούλο.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Στον φυσικό μας κόσμο, εκτός από τα γεωμετρικά σχήματα που είναι επίπεδα, συναντάμε και **γεωμετρικά στερεά**, όπως είναι: ο κύβος, το ορθογώνιο, ο κύλινδρος, ο κώνος, η πυραμίδα και η σφαίρα.

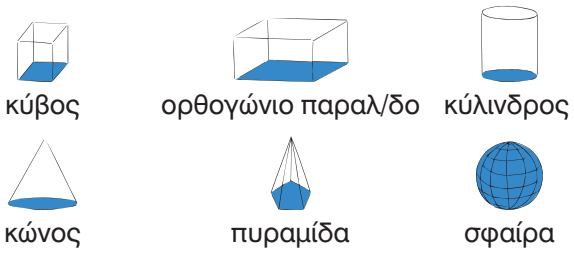
Ορισμένα γεωμετρικά στερεά έχουν επίπεδες πολυγωνικές επιφάνειες, οι οποίες ονομάζονται **έδρες**.

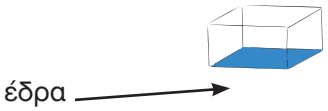
Όγκος ενός στερεού σώματος είναι ο χώρος τον οποίο καταλαμβάνει το στερεό.

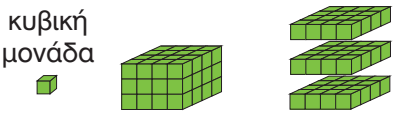
Ο όγκος εκφράζεται με τον αριθμό που προκύπτει από τη σύγκριση του στερεού με ένα άλλο το οποίο θεωρούμε **μονάδα μέτρησης**.

Μία **κυβική μονάδα** είναι ο όγκος ενός κύβου με μήκος ακμής μία μονάδα.

Παραδείγματα



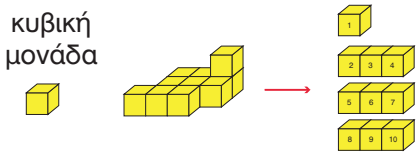




Όγκος $_{\text{ορθογωνίου}}$ = 5 x 4 x 3 =60 κυβ. μονάδες



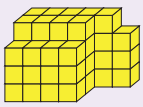
Όγκος $_{\text{κύβου}}$ = 3 x 3 x 3 = 27 κυβικές μονάδες



γεωμετρικό στερεό
Όγκος $_{\text{γεωμετρικού στερεού}}$ = 10 κυβ. μονάδες.

Εφαρμογή

Να υπολογίσετε πόσες κυβικές μονάδες είναι ο όγκος του παρακάτω γεωμετρικού στερεού.



γεωμ. στερεό Α

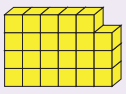
Το γεωμετρικό στερεό Α μπορεί να αναλυθεί στα γεωμετρικά στερεά: Β, Γ και Δ.
Ο όγκος του γεωμετρικού στερεού είναι
.....



γεωμ. στερεό Β



γεωμ. στερεό Γ



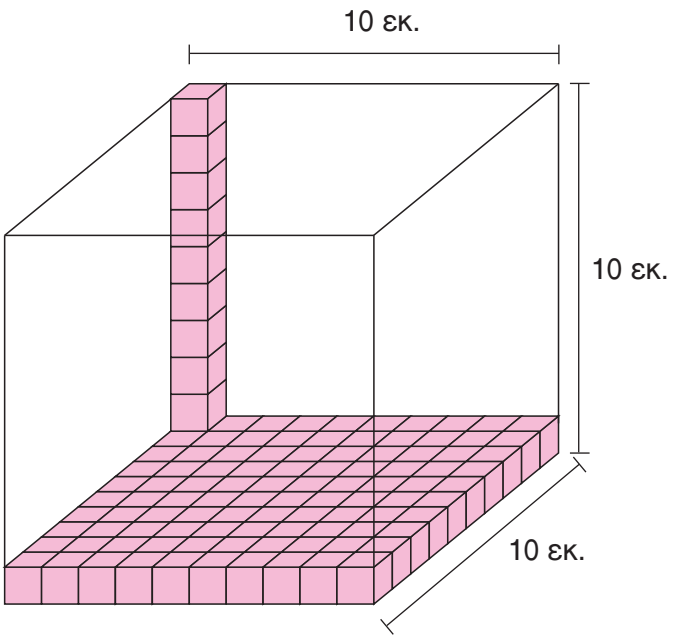
γεωμ. στερεό Δ

Αναστοχασμός

1. Αναφέρουμε γεωμετρικά στερεά που η μία τουλάχιστον έδρα τους είναι:
   α. τετράγωνο β. κυκλικός δίσκος.
2. Η Δανάη υποστηρίζει ότι το ανάπτυγμα του ορθογωνίου αποτελείται από τρία ζευγάρια ίσων ορθογωνίων. Έχει δίκιο;
3. Εξηγούμε γιατί δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σφαίρα για τη μέτρηση του όγκου ενός στερεού σώματος.

Διερεύνηση

Αναγνωρίζουμε τα γεωμετρικά σχήματα στην παρακάτω εικόνα:

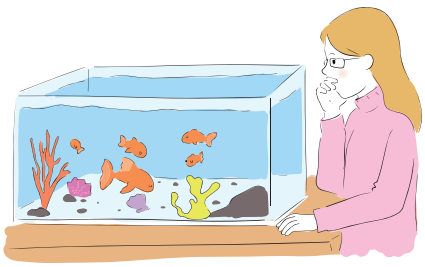


Πόσοι κύβοι με μήκος ακμής 1 εκ. χωράνε στον κύβο της εικόνας;
Πόσοι κύβοι με μήκος ακμής 1 χιλ. χωράνε στον κύβο της εικόνας;

Συζητάμε:

α. σε ποια μέτρηση και με ποιον τρόπο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κύβο της παραπάνω εικόνας,

β. ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης του όγκου και ποια η σχέση της με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της.



Η Δανάη έχει ένα ενυδρείο. Πώς μπορεί να μετρήσει πόσο νερό χρειάζεται, για να το γεμίσει;

Συζητάμε πότε χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης το λίτρο (ℓ) και πότε το χιλιοστόλιτρο (mℓ).

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Βασική μονάδα μέτρησης του όγκου των στερεών είναι το **κυβικό μέτρο**. Το κυβικό μέτρο είναι ένας κύβος με μήκος ακμής 1 μ.

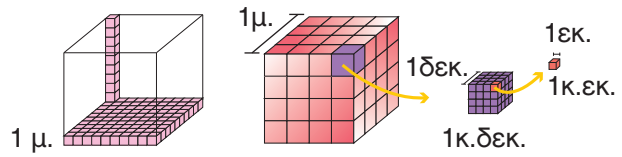
Υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου είναι:
- το κυβικό δεκατόμετρο (κ.δεκ.),
- το κυβικό εκατοστόμετρο (κ.εκ.),
- το κυβικό χιλιοστόμετρο (κ.χιλ.).

Χωρητικότητα ενός δοχείου είναι ο όγκος της ποσότητας με την οποία μπορεί να γεμίσει το δοχείο.

Βασική μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας είναι το **λίτρο.** Λίτρο είναι ο όγκος ενός κύβου με μήκος ακμής 1 δεκατόμετρο.
Η πιο συνηθισμένη υποδιαίρεση του λίτρου είναι το χιλιοστόλιτρο (mℓ).

Για να μετατρέψουμε μία μονάδα μέτρησης του όγκου στην αμέσως μικρότερή της, **πολλαπλασιάζουμε** με το **1.000**, ενώ στην αμέσως μεγαλύτερή της, **διαιρούμε** με το **1.000**.

Παραδείγματα



1 κ.μ. = 1.000 κ.δεκ. ή 1 κ.δεκ. = $\frac{1}{1000}$ κ.μ.

1 κ.δεκ. = 1.000 κ. εκ. ή 1 κ.εκ.= $\frac{1}{1000}$ κ.δεκ.

1 κ.εκ. = 1.000 κ.χιλ. ή 1 κ.χιλ.= $\frac{1}{1000}$ κ.εκ.

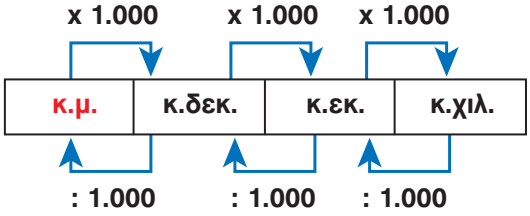






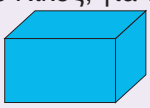
όγκος $_{\text{δοχείου}}$ = 19 κ.δεκ χωρητικότητα $_{\text{δοχείου}}$ = 17ℓ

1ℓ 500mℓ



Εφαρμογή

Ο Νίκος έχει κύβους καθένας από τους οποίους έχει μήκος ακμής 2 εκ. Θέλει να γεμίσει με αυτούς ένα κουτί που εσωτερικά έχει μήκος 6 εκ., πλάτος 10 εκ. και ύψος 12 εκ. Πόσους κύβους χρειάζεται ο Νίκος, για να γεμίσει το κουτί του;



Λύση

Ο όγκος κάθε κύβου είναι ..... Ο όγκος του κουτιού είναι .....

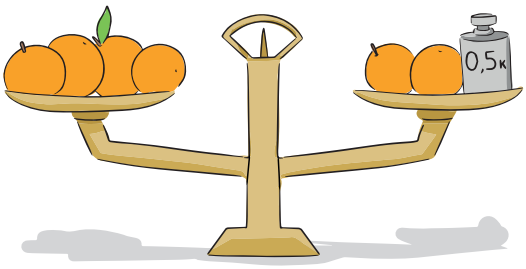
Για να γεμίσει το κουτί του, ο Νίκος χρειάζεται .....

Αναστοχασμός

1. Η Δανάη έγραψε: 30 mℓ < 0,003 L. Έχει δίκιο;
2. Ο Νίκος διάβασε ότι χρειάζεται να πίνει δύο λίτρα νερού την ημέρα. Ένα ποτήρι νερού έχει χωρητικότητα 250 mℓ. Πόσα ποτήρια νερού χρειάζεται να πίνει την ημέρα;
3. Εξηγούμε γιατί ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με εμβαδό βάσης 35 τ.εκ. και ύψος 8 εκ. είναι 280 κ.εκ.
4. Αναφέρουμε παραδείγματα από την καθημερινή μας ζωή στα οποία η χωρητικότητα μετριέται σε φλιτζάνια τσαγιού.

51

Διερεύνηση



Ο ζυγός σύγκρισης της διπλανής εικόνας ισορροπεί. Αριστερά είναι τοποθετημένα τέσσερα πορτοκάλια. Δεξιά είναι τοποθετημένα δύο πορτοκάλια κι ένα από τα σταθμά που μετρούν τη μάζα, το οποίο ζυγίζει 0,5 κ. Αν όλα τα πορτοκάλια έχουν την ίδια μάζα, πόσο ζυγίζει κάθε πορτοκάλι;

.....

Πότε ένας ζυγός σύγκρισης ισορροπεί;

.....

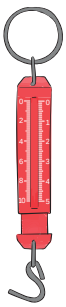
Ποιο μέγεθος μετράμε με τον ζυγό σύγκρισης;

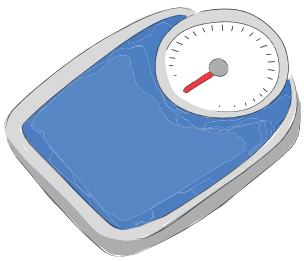
.....

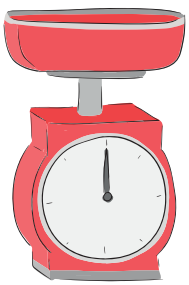
Συζητάμε ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης της μάζας και ποια η σχέση της με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της.

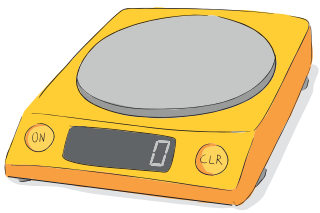
Στην καθημερινή μας ζωή μετράμε το βάρος σε κιλά.

Συζητάμε σε τι διαφέρει η μάζα από το βάρος.









Αναφέρουμε παραδείγματα μετρήσεων στις οποίες χρησιμοποιούμε καθέναν από τους παραπάνω ζυγούς.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

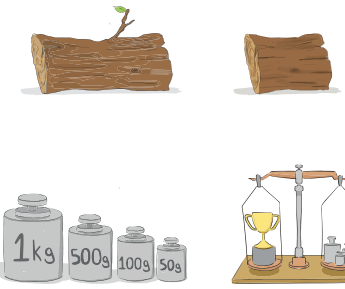
Η **μάζα** είναι μια χαρακτηριστική ιδιότητα των υλικών σωμάτων, η οποία εκφράζει το ποσό της ύλης από την οποία αποτελείται ένα σώμα.
Στην καθημερινή μας ζωή συχνά μπερδεύουμε τη μάζα με το βάρος.
Ενώ η μάζα ενός σώματος είναι σταθερή, το **βάρος** του, δηλαδή η δύναμη που ασκείται στο σώμα λόγω της έλξης της Γης, μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο.
Μετράμε τη μάζα ενός σώματος με τον **ζυγό σύγκρισης** με ίσους βραχίονες, καθώς και με άλλες μορφές ζυγών.

Βασική μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το **κιλό** (κ.) ή χιλιόγραμμο.
α. Υποδιαιρέσεις του κιλού είναι:
- το γραμμάριο (γρ. ή g),
- το χιλιοστό του γρ. (mg).

β. Πολλαπλάσιο του κιλού είναι ο τόνος (τόν. ή t).

Για να μετατρέψουμε μία μονάδα μέτρησης της μάζας στην αμέσως μικρότερή της, **πολλαπλασιάζουμε** με το **1.000**, ενώ στην αμέσως μεγαλύτερή της, **διαιρούμε** με το **1.000**.

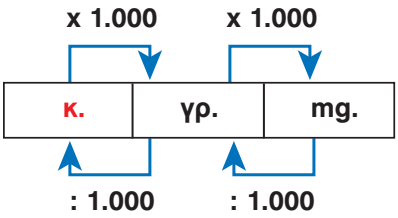
Παραδείγματα



$1\ \text{κ.} = 1.000\ \text{γρ.}$ ή $1\ \text{γρ.} = \frac{1}{1.000}\ \text{κ.}$

$1\ \text{γρ.} = 1.000\ \text{mg}$ ή $1\ \text{mg} = \frac{1}{1.000}\ \text{γρ.}$

$1\ \text{τ.} = 1.000\ \text{κ.}$ ή $1\ \text{κ.} = \frac{1}{1.000}\ \text{τ.}$

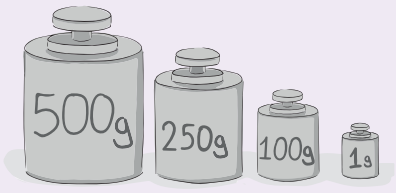


Εφαρμογή

Να βρείτε τι μέρος του κιλού ζυγίζουμε με τα παρακάτω σταθμά:

$1\ \text{γρ.} = \frac{1}{1.000}\ \text{κ.}$ $\quad 100\ \text{γρ.} = \frac{100}{1.000} = \frac{1}{10}\ \text{κ.}$

$250\ \text{γρ.} = \frac{250}{1.000} = \frac{1}{4}\ \text{κ.}$ $\quad 500\ \text{γρ.} = \frac{500}{1.000} = \frac{1}{2}\ \text{κ.}$



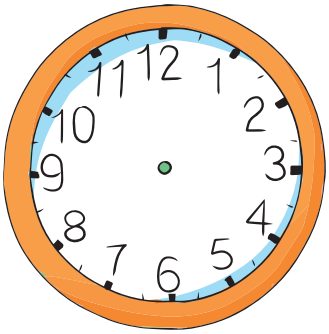
Αναστοχασμός

1. Η Δανάη ζύγισε τις δύο σακούλες με τα πράγματα που αγόρασε από το σούπερ μάρκετ και βρήκε ότι η σακούλα Α έχει μάζα 1 κ. και η σακούλα Β 129.000 mg. Ποια σακούλα έχει μεγαλύτερη μάζα;
2. Σε μια συνταγή για μακαρόνια χρειάζονται 230 γρ. λαχανικών και διπλάσια ποσότητα μακαρονιών. Ποια είναι η μάζα σε κιλά των μακαρονιών της συνταγής;
3. Ο Νίκος υποστηρίζει πως η μάζα ενός ανθρώπου στην επιφάνεια της θάλασσας είναι διαφορετική από αυτήν στην κορυφή του Ολύμπου. Έχει δίκιο; Ναι ή όχι και γιατί;
4. Περιγράφουμε πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν ζυγό σύγκρισης, για να ζυγίσουμε ένα σώμα.

Διερεύνηση



- Τι δείχνει κάθε ψηφίο του διπλανού ψηφιακού ρολογιού;
- Κάθε πότε αλλάζει;
- Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορεί να δείχνει το ψηφιακό ρολόι και τι εκφράζει ο καθένας από αυτούς;



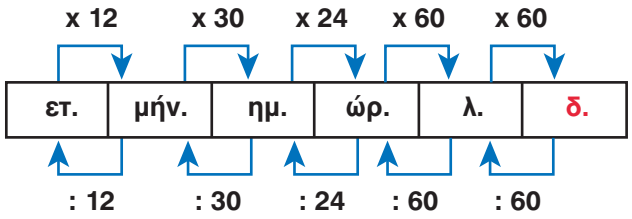
Συζητάμε με ποια μορφή αριθμού μπορούμε να γράψουμε την ένδειξη του ψηφιακού ρολογιού.

Σχεδιάζουμε τους δείκτες στο αναλογικό ρολόι, έτσι ώστε να έχει την ίδια ένδειξη με το ψηφιακό.

Μια οικολογική οργάνωση για την προστασία του θαλάσσιου οικοσυστήματος κυκλοφόρησε την παρακάτω αφίσα.



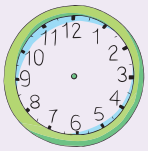
Συζητάμε πώς μπορούμε να συγκρίνουμε τη χρονική διάρκεια που χρειάζονται τα διάφορα αντικείμενα, για να διαλυθούν στη θάλασσα.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Βασική μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το **δευτερόλεπτο** (δ. ή s.) Πολλαπλάσια του δευτερόλεπτου είναι το λεπτό (λ. ή min) και η ώρα (ώρ. ή h)	1 λ. = 60 δ. ή 1 δ. = $\frac{1}{60}$ λ. 1 ώρα = 60 λ. ή 1 λ. = $\frac{1}{60}$ ώρ.
Για μετρήσεις μεγάλης χρονικής διάρκειας χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης του χρόνου: **α.** την **ημέρα** (ημ.) Πολλαπλάσια της ημέρας είναι η εβδομάδα (εβδ.), ο μήνας (μήν.) και το έτος (έτ.) ή ο χρόνος (χρ.). **β.** το **έτος** Πολλαπλάσια του έτους είναι ο αιώνας (αι.) και η χιλιετία.	1 ημέρα = 24 ώρ. 1 εβδ. = 7 ημ. 1 μήν. = 30 ημ. 1 έτ. = 12 μήν. = 365 ημ. Ο μήνας έχει 30 ή 31 ημέρες, εκτός από τον Φεβρουάριο που έχει 28 και κάθε 4 χρόνια 29. Στα Μαθηματικά θεωρούμε, συνήθως, ότι: 1 μήν. = 30 ημ. και 1 έτ. = 360 ημ. 1 αι. = 100 έτ. 1 χιλιετία = 10 αι. = 1.000 έτ.
Για να μετατρέψουμε μία μονάδα μέτρησης του χρόνου στην αμέσως μικρότερή της, **πολλαπλασιάζουμε**, ενώ στην αμέσως μεγαλύτερή της, **διαιρούμε**. Ο **αριθμός** με τον οποίο πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που δίνεται.	

Εφαρμογή

Να σχεδιάσετε τους δείκτες σε κάθε ρολόι, έτσι ώστε να δείχνουν:


εννέα και μισή


έξι και δέκα


οχτώ παρά είκοσι


τέσσερις παρά πέντε

Αναστοχασμός

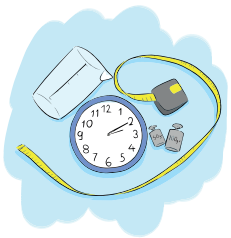
1. Συζητάμε τι είναι το χρονόμετρο και τι μετρά.
2. Η Δανάη υποστηρίζει ότι, όταν το ρολόι δείχνει 20:00, η ώρα είναι 9 μετά το μεσημέρι. Έχει δίκιο ή όχι;
3. Ο Νίκος υποστηρίζει ότι, όταν η ώρα είναι τρεις παρά τέταρτο, το ρολόι δείχνει δύο ώρες και 45 λεπτά. Έχει δίκιο ή όχι;
4. Πόσα χρόνια περίπου έχουν περάσει από το χτίσιμο του Παρθενώνα;
   α. 1.500 χρόνια β. 500 χρόνια γ. 2,5 χιλιετίες δ. 12 αι.
5. Αναφέρουμε παραδείγματα μέτρησης του χρόνου κι εκφράζουμε κάθε αποτέλεσμα ως φυσικό, κλασματικό, δεκαδικό και συμμιγή αριθμό.

Κεφάλαια 45 - 52

Στα κεφάλαια αυτά έμαθα:

- ✓ **να πραγματοποιώ μετατροπές μονάδων μέτρησης διάφορων μεγεθών χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που έχει η βασική μονάδα μέτρησης ενός μεγέθους με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της,**
- ✓ **να μετρώ διάφορα μεγέθη χρησιμοποιώντας τυπικές και άτυπες μονάδες μέτρησης,**
- ✓ **να εκφράζω τα αποτελέσματα των μετρήσεων με διαφορετικές μορφές αριθμών,**
- ✓ **να υπολογίζω την περίμετρο επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων χρησιμοποιώντας τις ιδιότητές τους,**
- ✓ **να υπολογίζω τα εμβαδά τετραγώνου, ορθογωνίου και ορθογώνιου τριγώνου,**
- ✓ **να αναγνωρίζω, να ονομάζω, να ταξινομώ και να συνδέω μεταξύ τους γεωμετρικά σχήματα και γεωμετρικά στερεά,**
- ✓ **να σχεδιάζω γεωμετρικά σχήματα και γεωμετρικά στερεά,**
- ✓ **να αναλύω ή να συνθέτω γεωμετρικά σχήματα και γεωμετρικά στερεά,**
- ✓ **να λύνω σχετικά προβλήματα.**

Ασκήσεις

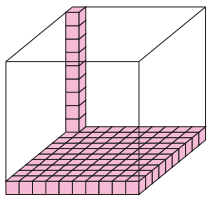


Αντιστοιχίζουμε μεγέθη με μονάδες μέτρησης:

επιφάνεια	μήκος	όγκος	χρόνος	μάζα
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
μ.	κ.μ.	τ.μ.	κ.	ώρ.

Κυκλώνουμε τη μονάδα μέτρησης με την οποία θα μετρήσουμε:

την απόσταση ανάμεσα σε δύο πόλεις: Α. μ. Β. χιλ. Γ. χμ. Δ. τ.μ.	την επιφάνεια ενός χαλιού: Α. μ. Β. τ.μ. Γ. τ.εκ. Δ. κ.μ.
τον όγκο μιας ντουλάπας: Α. μ. Β. τ.μ. Γ. κ.μ. Δ. ℓ	τη χωρητικότητα μιας πισίνας: Α. μ. Β. τ.μ. Γ. κ.μ. Δ. ℓ
τη διάρκεια ενός αγώνα ποδοσφαίρου: Α. ημ. Β. ώρ. Γ. λεπ. Δ. δευτ.	την ηλικία ενός πλάτανου: Α. ημ. Β. μήν. Γ. έτ. Δ. αι.

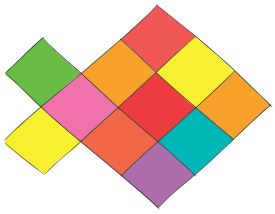


1ο Πρόβλημα



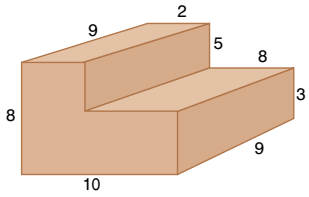
Το κουτί της διπλανής εικόνας έχει μήκος 40 εκ., πλάτος 25 εκ. και ύψος 10 εκ. Πόση κορδέλα θα χρειαστεί η Δανάη, για να τυλίξει το κουτί με τον τρόπο που φαίνεται στην εικόνα;

2ο Πρόβλημα



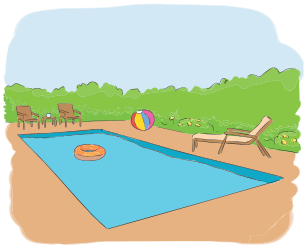
Ο Γιάννης έκοψε τετράγωνα με μήκος πλευράς 12 εκ. σε διάφορα χρώματα κι έφτιαξε το διπλανό κολάζ. Πόση είναι η περίμετρος και πόσο το εμβαδό της επιφάνειας του κολάζ;

3ο Πρόβλημα



Σε έναν υπαίθριο χώρο στήθηκε μια εξέδρα η οποία έχει το σχήμα και τις διαστάσεις που φαίνονται στη διπλανή εικόνα. Ποιος είναι ο όγκος της εξέδρας;

4ο Πρόβλημα



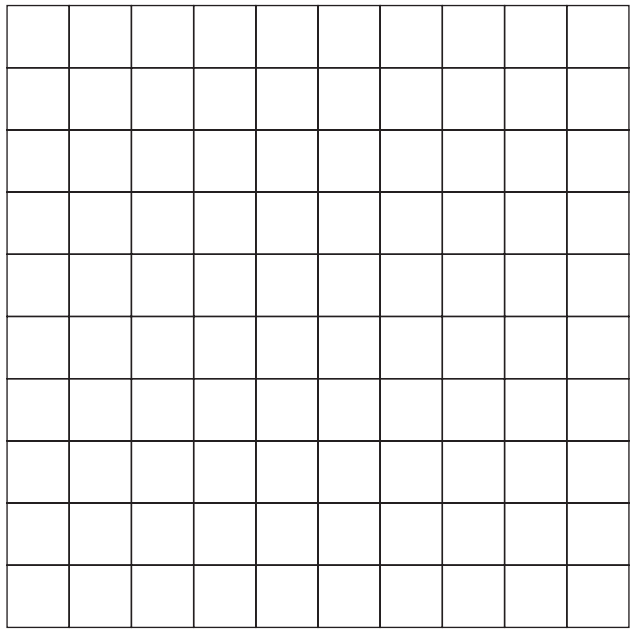
Μια πισίνα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει εσωτερικά μήκος 8 μ., πλάτος 6 μ. και ύψος 4,5 μ. Πόσα € ξοδεύει ο κύριος Γιώργος, για να γεμίσει τα $\frac{5}{6}$ της πισίνας, αν κάθε κυβικό μέτρο νερού κοστίζει 2,7 €;

5ο Πρόβλημα

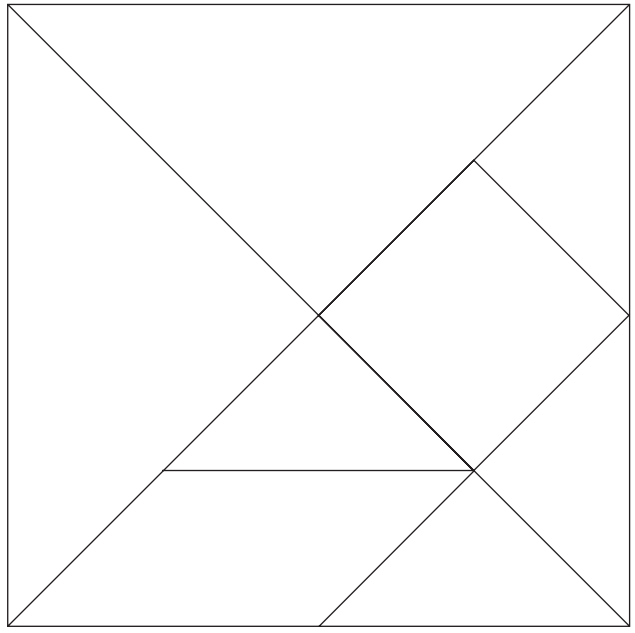


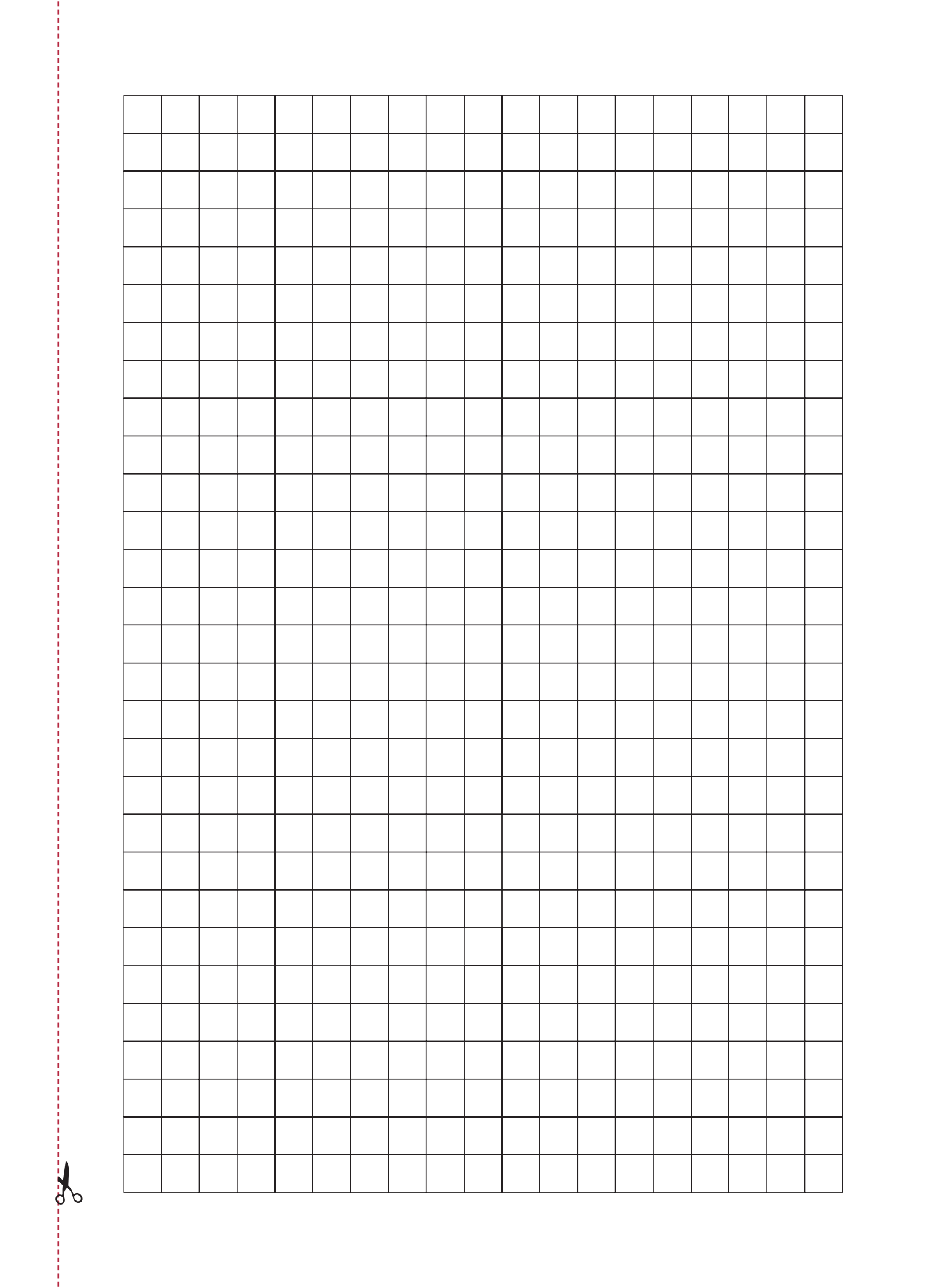
Ο Γιάννης γεννήθηκε στις 31 Δεκεμβρίου 2010. Η αδερφή του, η Μαρία, είναι έναν χρόνο και μία ημέρα μεγαλύτερή του. Πότε γεννήθηκε η Μαρία;

Κεφάλαια 25, 29, 30, 31

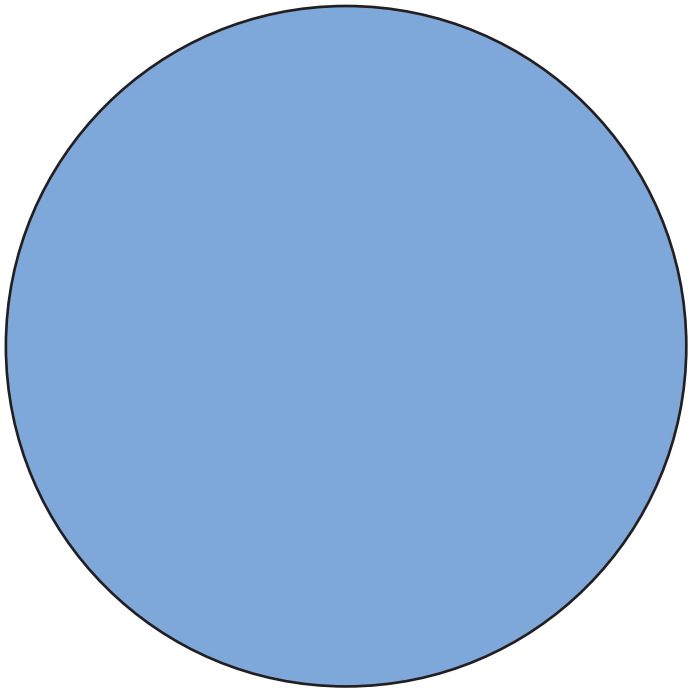


Επαναληπτικό 8

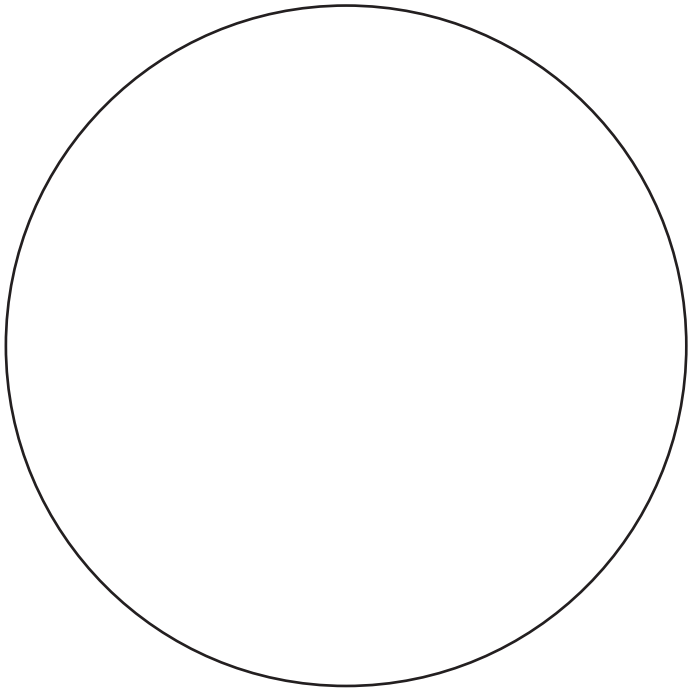




Κεφάλαιο 38



Κεφάλαιο 44



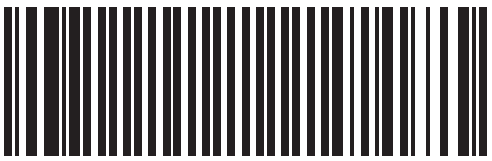
Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.

ISBN Set 978-960-06-5659-6
Τ.Β΄ 978-960-06-5886-6
Κωδικός Βιβλίου: 0-10-0211



ινστιτούτο
τεχνολογίας
υπολογιστών & εκδόσεων



(01) 000000 0 10 0211 9