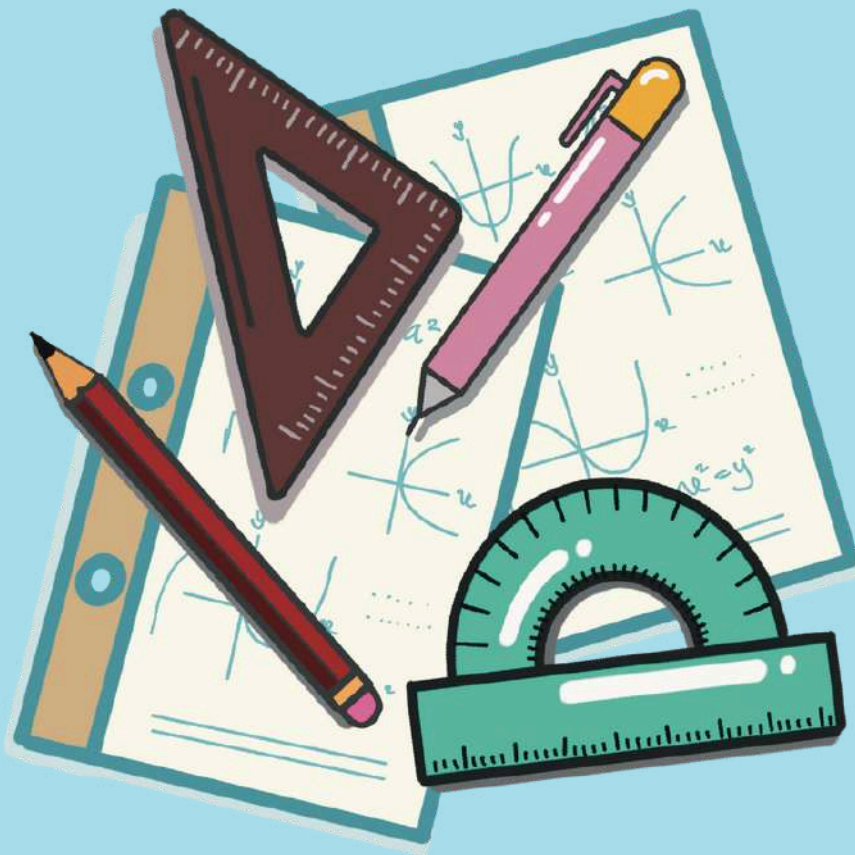


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



Διαδραστικό Βοήθημα

Θεωρία - VideoΜαθήματα - Ασκήσεις

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ενότητα 1

1. Τι έμαθα στην Α΄ τάξη.
2. Φτιάχνω αριθμούς μέχρι το 100 και τους συγκρίνω.
3. Λύνω προβλήματα με ζωγραφική και παιχνίδια.
4. Μετρώ με εκατοστόμετρα.
5. Λύνω προβλήματα: Τα βήματα που ακολουθώ.
6. Βρίσκω την αξία των ψηφίων στους διψήφιους αριθμούς.
7. Βρίσκω το μισό και το ολόκληρο.
8. Ανακαλύπτω τη συμμετρία γύρω μου.

Ενότητα 2

- 9 Βρίσκω το μισό και το διπλάσιο στους αριθμούς 0-100.
10. Φτιάχνω διψήφιους αριθμούς με προϋποθέσεις.
11. Γνωρίζω καλύτερα τα κέρματα του ευρώ.
12. Υπολογίζω τα ρέστα.
13. Γνωρίζω καλύτερα τα γεωμετρικά στερεά.
14. Φτιάχνω γεωμετρικά σχήματα.
15. Μετρώ ευθύγραμμα τμήματα.

Ενότητα 3

16. Γνωρίζω καλύτερα τα γεωμετρικά μοτίβα.
17. Υπολογίζω με πολλούς τρόπους μέχρι το 100. Εισαγωγή στην προπαίδεια.
18. Φτιάχνω διψήφιους αριθμούς με πρόσθεση ίδιων ή διαφορετικών αριθμών.
22. Αναλύω αριθμούς μέχρι το 100. Εισαγωγή στην προπαίδεια.
23. Υπολογίζω με πολλούς τρόπους: Το συμπλήρωμα του 100.

Ενότητα 4

24. Βρίσκω την προπαίδεια του 10 και του 5.
25. Βρίσκω την προπαίδεια του 2 και του 4.
26. Βρίσκω την προπαίδεια του 8.
27. Βρίσκω την προπαίδεια του 7.
28. Βρίσκω την προπαίδεια του 3 και του 6.

Ενότητα 5

29. 30 Βρίσκω την προπαίδεια του 9 και του 11

30. Μοιράζομαι δίκαια με τους φίλους μου

31. Καλύπτω επιφάνειες

32. Μετρώ τον χρόνο που πέρασε

33. Γνωρίζω καλύτερα τις μονάδες μέτρησης χρόνου

Ενότητα 6

34. Υπολογίζω ένα αποτέλεσμα κάνοντας κάθετη πρόσθεση με κρατούμενο

35. Υπολογίζω ένα αποτέλεσμα κάνοντας κάθετη αφαίρεση με δανεικό

36. Υπολογίζω ένα αποτέλεσμα και ελέγχω με κάθετη αφαίρεση με δανεικό

37. Λύνω σύνθετα προβλήματα

38. Μετρώ το βάρος

39. Μετρώ το βάρος: Το κιλό και το γραμμάριο

40. Γνωρίζω τα χαρτονομίσματα των 5, 10, 20, 50 και 100 ευρώ

Ενότητα 7

41. Γνωρίζω τους αριθμούς μέχρι το 1.000

42. Γνωρίζω το μέτρο

43. Φτιάχνω τριψήφιους αριθμούς και τους συγκρίνω

44. Λύνω προβλήματα με μεγάλους αριθμούς

Ενότητα 8

45. Λύνω σύνθετα προβλήματα

46. Λύνω προβλήματα: Στρατηγικές νοερών υπολογισμών

47. Διαβάζω το ρολόι: Η ώρα «ακριβώς»

48. Διαβάζω το ρολόι: Η ώρα «και μισή»

49. Λύνω σύνθετα προβλήματα. Η εκτίμηση στους υπολογισμούς

50. Λύνω προβλήματα: Στρατηγικές νοερών υπολογισμών

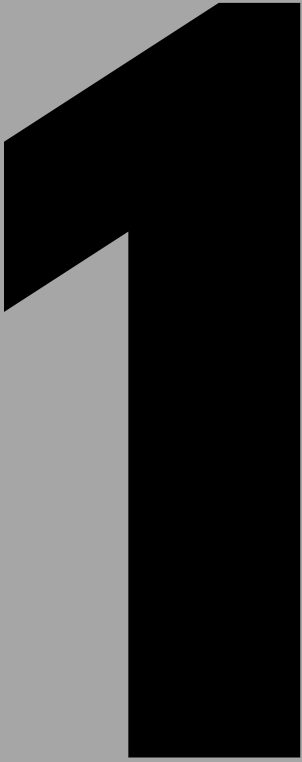
Ενότητα 9

51. Αναγνωρίζω τις κάθετες ευθείες

52. Αναγνωρίζω τις παράλληλες ευθείες

53. Λύνω και φτιάχνω σύνθετα προβλήματα

54. Αναγνωρίζω τους τετραψήφιους αριθμούς





Κεφάλαια 1-2



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Συναντάμε συνέχεια τα **μαθηματικά** στην καθημερινή μας ζωή.

Θέλουμε να μετρήσουμε τους μαθητές στο τμήμα μας, να μάθουμε πόσα ρέστα θα πάρουμε, να βρούμε το μέγεθος από το δωμάτιο μας, ...

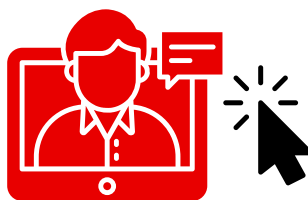
Διψήφιοι αριθμοί είναι αυτοί που αποτελούνται από **2 ψηφία**. πχ.: 23, 65, 78

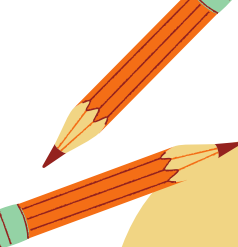
Μπορώ να γράψω και να διαβάσω τους αριθμούς:

63: εξήντα τρία

74: εβδομήντα τέσσερα

Το όνομα ενός αριθμού μας φανερώνει πόσες **δεκάδες** και πόσες **μονάδες** έχει ο αριθμός.

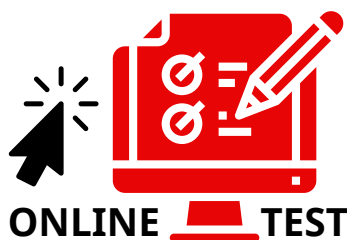




Το ψηφίο που είναι πιο αριστερά έχει τη μεγαλύτερη αξία και μας δείχνει τις δεκάδες. Το ψηφίο που είναι δεξιά έχει τη μικρότερη αξία και μας δείχνει τις μονάδες.

Παράδειγμα:

- το 98 (ενενήντα οχτώ) έχει 9 δεκάδες και 8 μονάδες
- το 70 (εβδομήντα) έχει 7 δεκάδες και καμία μονάδα
- το 3 (τρία) δεν έχει δεκάδες και έχει 3 μονάδες.





Κεφάλαια 3-4-5



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Κάθε μέρα χρειάζεται να λύσουμε προβλήματα. Κάποιες φορές μπορούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα χωρίς να γράψουμε αριθμούς και λέξεις.

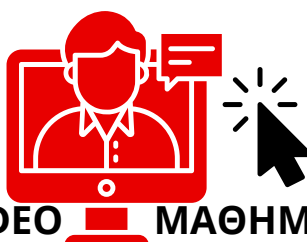
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



- Στο μίνι μάρκετ κοιτάμε το ράφι και αποφασίζουμε πόσες συσκευασίες γάλα είναι διαθέσιμες.



- Για να μοιράσουμε τις καραμέλες μας δίνουμε σε κάθε φίλο μας τόσες ώστε να πάρουμε όλοι ίσο αριθμό από καραμέλες.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Για να λύσουμε ένα πρόβλημα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όποιον τρόπο και όποια υλικά μας βολεύουν. Μπορούμε να **ζωγραφίσουμε**, να **χρησιμοποιήσουμε χειροτεχνίες, κοκ.**



Σε κάθε περίπτωση, όταν θέλουμε να λύσουμε ένα πρόβλημα:

- το διαβάζουμε πάρα πολύ καλά,
- επεξεργαζόμαστε τι ζητάει να βρούμε,
- βρίσκουμε τις πληροφορίες που είναι «κρυμμένες» στο πρόβλημα,
- βρίσκουμε τη λύση
- ελέγχουμε ότι είναι σωστή!



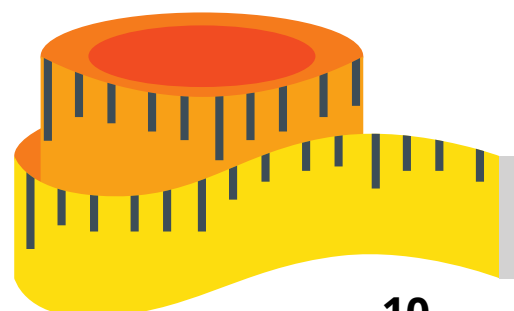
Για να μετρήσουμε **μικρές αποστάσεις** χρησιμοποιούμε το **εκατοστόμετρο (εκατοστό)**.

Ο χάρακάς μας είναι χωρισμένος σε εκατοστόμετρα και τον χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε:
το βιβλίο, το θρανίο, το παράθυρο,...

Αν θέλουμε να μετρήσουμε μεγαλύτερα αντικείμενα ο χάρακας και τα εκατοστόμετρα δεν μας βολεύουν!
(Θα μάθουμε αργότερα τι κάνουμε σε αυτές τις περιπτώσεις.)



ONLINE TEST





Κεφάλαια 6-7-8



Οι αριθμοί που γνωρίζουμε μέχρι στιγμής είναι οι **μονοψήφιοι** και οι **διψήφιοι**.

Για να φτιάξουμε κάθε αριθμό χρησιμοποιούμε τους 10 πρώτους μονοψήφιους, δηλαδή τους:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



VIDEO  ΜΑΘΗΜΑ

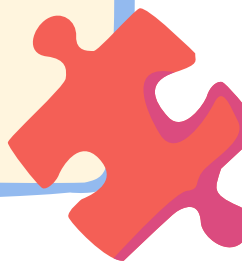


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μπορούμε να βρούμε τι αξία έχει κάθε ψηφίο σε έναν αριθμό, ανάλογα με την θέση του.

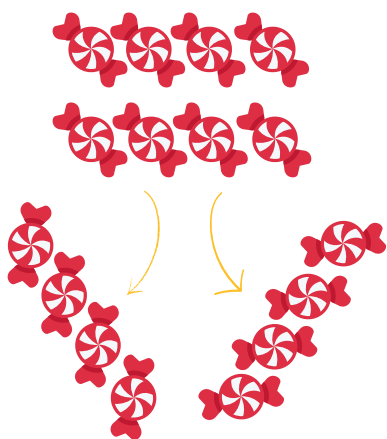
Παράδειγμα:

- στο **26** το **2** έχει αξία **δεκάδες** και το **6** **μονάδες**
- στο **10** το **1** έχει αξία **δεκάδες**
- στο **29** το **2** έχει αξία **δεκάδες** και το **9** **μονάδες**



Όταν ψάχνουμε το **μισό μιας ποσότητας** προσπαθούμε να χωρίσουμε την **ποσότητα στη μέση**. Ξέρουμε την αρχική ποσότητα και τη χωρίζουμε σε δυο ίσα μέρη!

Για να βρούμε το μισό μιας ποσότητας, πρέπει να ξέρουμε πόσο είναι το ολόκληρο και να το χωρίσουμε στη συνέχεια σε δύο ίσα μέρη.



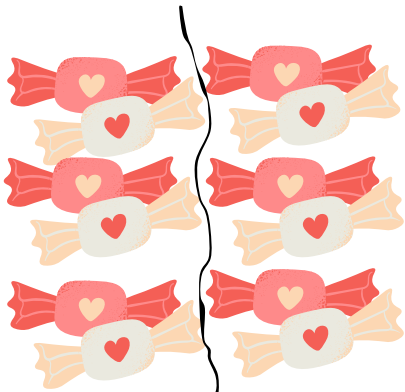
Έχω 8 καραμέλες και θέλω να τις χωρίσω στη μέση.

Για να είναι ίσα τα δύο μέρη πρέπει να έχουν από 4 καραμέλες.

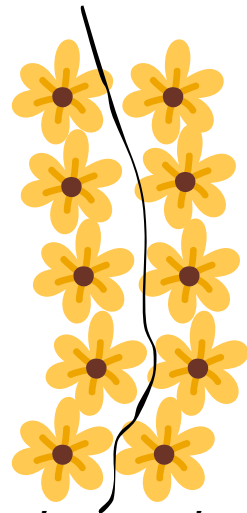
Δηλαδή το μισό του 8 είναι 4.



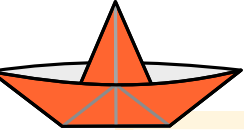
Το μισό του 6 είναι 3.



Το μισό του 12 είναι 6.



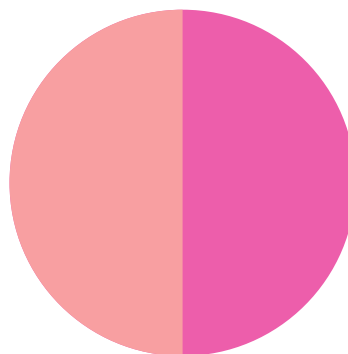
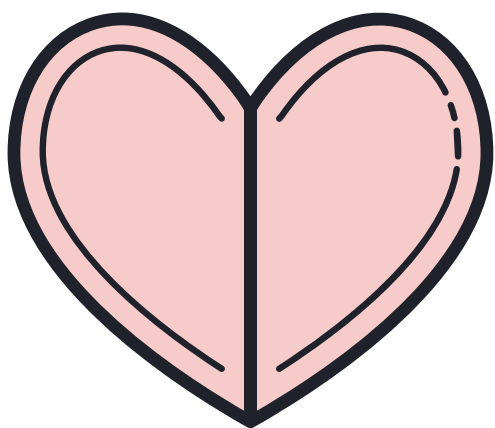
Το μισό του 10 είναι 5.



Δεν έχουν μόνο οι αριθμοί μισό, αλλά και τα σχήματα!

Μπορούμε να δούμε ότι **αν διπλώσουμε κάποια σχήματα στη μέση**, τότε παίρνουμε **δύο** μικρότερα **ίδια** σχήματα.

Τα δύο μικρά ίδια σχήματα ονομάζονται **συμμετρικά** και η γραμμή που τα χωρίζει στη μέση **άξονας συμμετρίας**.



ONLINE TEST

2



Κεφάλαια 9-10



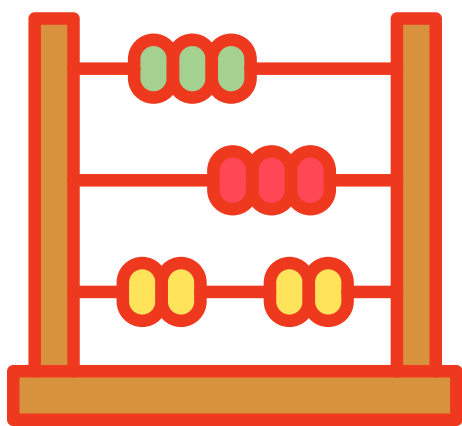
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Ένας τρόπος για να μπορούμε να μελετάμε καλύτερα τους διψήφιους αριθμούς είναι χρησιμοποιώντας τον άβακα.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Ο **άβακας** είναι ένα απλό όργανο της αριθμητικής που το χρησιμοποιούμε για να κάνουμε τις βασικές πράξεις.

Κάποιοι άβακες αποτελούνται από ένα ορθογώνιο πλαίσιο που είναι κατασκευασμένο από ξύλο και χωρισμένο σε γραμμές. Κάθε γραμμή περιέχει ένα σύνολο από χάντρες που κινούνται.

Ο άβακας υπάρχει από τα αρχαία χρόνια και τον χρησιμοποιούσαν για να κάνουν πράξεις με μεγάλους αριθμούς.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Καμιά φορά ένας αριθμός αποτελείται από 2 ίδια ψηφία. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι αυτά τα ψηφία είναι το ίδιο!

π.χ.: Στο **55** το πρώτο **5** είναι στις δεκάδες ενώ το δεύτερο **5** είναι στις μονάδες.

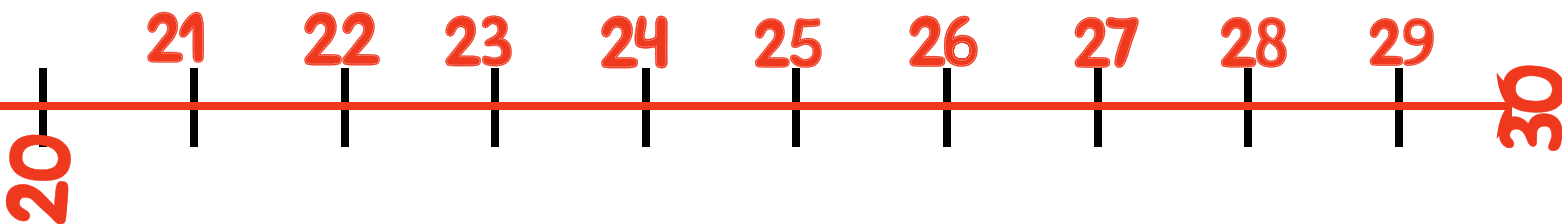
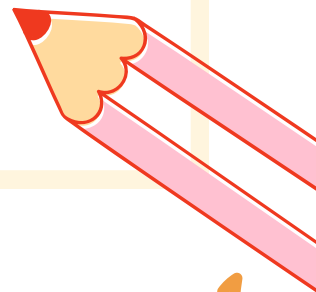


Για να **φτιάξουμε έναν διψήφιο** αριθμό μπορούμε να κάνουμε είτε **πρόσθεση** είτε **αφαίρεση**.

Αν θέλουμε να φτάσουμε στο 29:

Μπορούμε να ανέβουμε 9 από το 20 δηλαδή $20+9$.

Μπορούμε να κατέβουμε 1 από το 30 δηλαδή $30-1$.





Κεφάλαια 11-12



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Σε όλες μας τις αγορές και τις οικονομικές συναλλαγές χρησιμοποιούμε χρήματα.

Στην **Ελλάδα** το νόμισμα που χρησιμοποιούμε είναι το **ευρώ**.
Το ευρώ έχει πολλά **νομίσματα** με διάφορες αξίες.

π.χ: Η Μαρία έχει 2 πενήντάλεπτα και ο Γιώργος 5 εικοσάλεπτα.
Και οι δύο έχουν 1€!



Πολλές φορές έχει χρειαστεί να **πάρουμε ρέστα** μετά από κάποια αγορά μας.
Δηλαδή να μας επιστρέψουν κάποια χρήματα γιατί δώσαμε παραπάνω από
την αξία που κόστιζε το αντικείμενο μας.



Έχουμε διάφορα νομίσματα και μπορούμε να δίνουμε και να παίρνουμε σωστά τα ρέστα.

π.χ: Για μια τυρόπιτα που κόστιζε 1€ και 40 λεπτά δώσαμε ένα 2€. Θα πάρουμε ρέστα 60 λεπτά. Τα ρέστα μας μπορεί να είναι:



- 1 50λεπτο και 1 10λεπτο
- 3 εικοσάλεπτα
- 2 εικοσάλεπτα και 2 δεκάλεπτα
- ΚΟΚ





Κεφάλαια 13-14

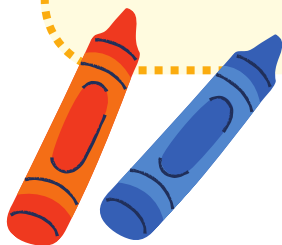


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Υπάρχουν κάποια σχήματα που τα ζωγραφίζουμε σε χαρτί και κάποια άλλα που είναι αντικείμενα και τα πιάνουμε με τα χέρια μας.

Γενικά στα μαθηματικά έχουμε τα γεωμετρικά σχήματα και τα γεωμετρικά στερεά.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Γεωμετρικά σχήματα είναι το **τρίγωνο**, το **τετράγωνο**, ο **κύκλος**, κλπ.



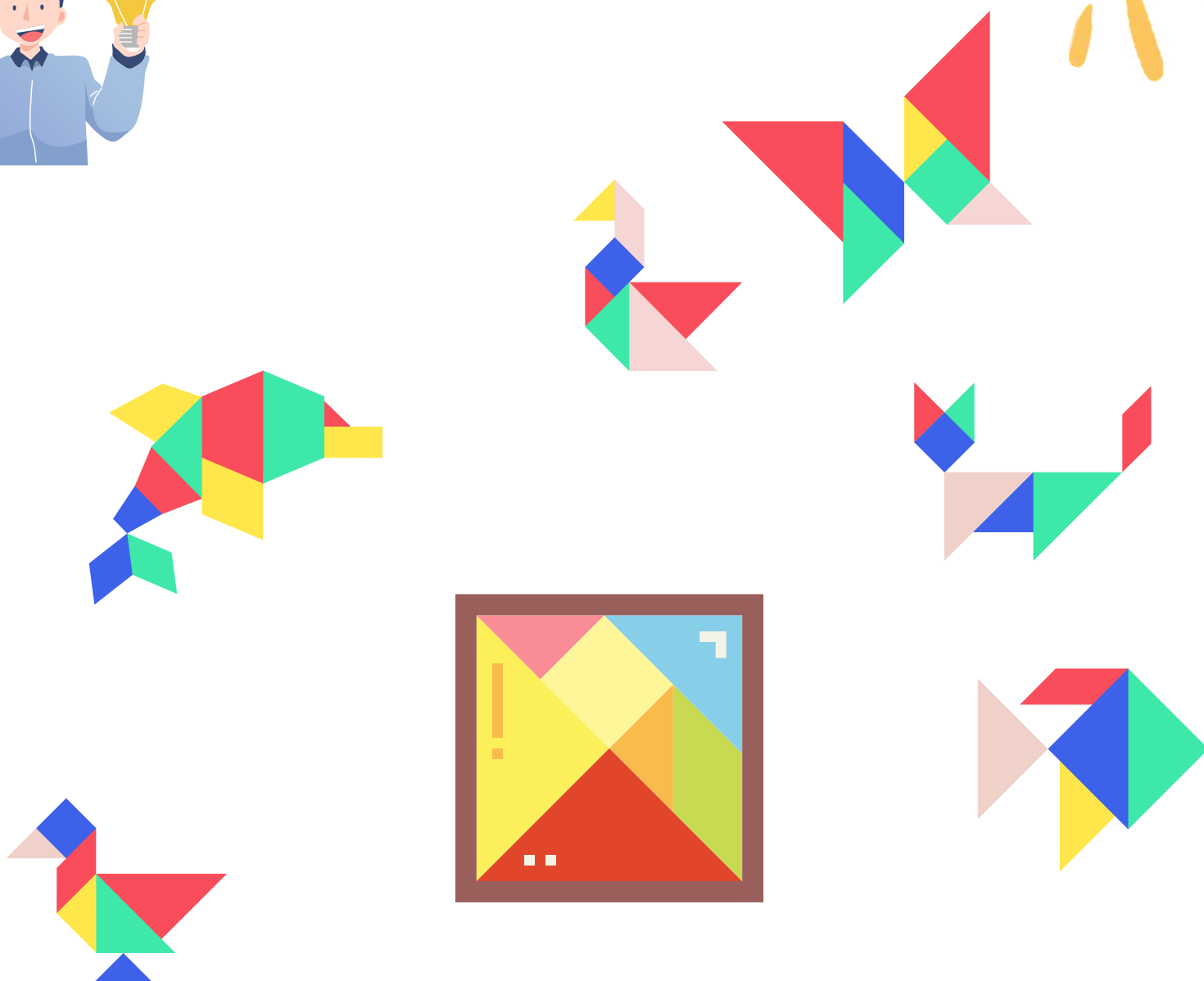
Γεωμετρικά στερεά είναι ο **κύβος**, η **πυραμίδα**, ο **κώνος**, κλπ.



Για να **φτιάξουμε ένα σχήμα** συχνά αρκεί να **ενώσουμε άλλα σχήματα**.

Αυτή η μέθοδος εμφανίστηκε πρώτη φορά στην αρχαία Κίνα και ονομάζεται **τάγκραμ**.

Στο τάγκραμ έχουμε 7 σχήματα που τα ενώνουμε με διάφορους τρόπους και παίρνουμε διάφορα σχήματα.





Κεφάλαια 15-16

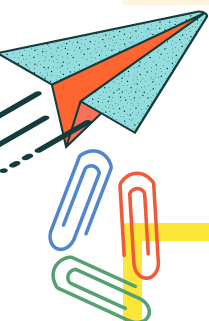


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Καμιά φορά χρειάζεται να μετρήσουμε το γύρω γύρω από ένα σχήμα.

Για παράδειγμα όταν θέλουμε να βάλουμε φράκτη σε ένα οικόπεδο ή να διακοσμήσουμε ένα δώρο με κορδέλα.

Αυτό το «γύρω γύρω» που μετράμε το ονομάζουμε **περίμετρο ή μήκος** ενός σχήματος.



Για να βρούμε την περίμετρο ενός σχήματος απλά μετράμε το μήκος που έχει κάθε πλευρά.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



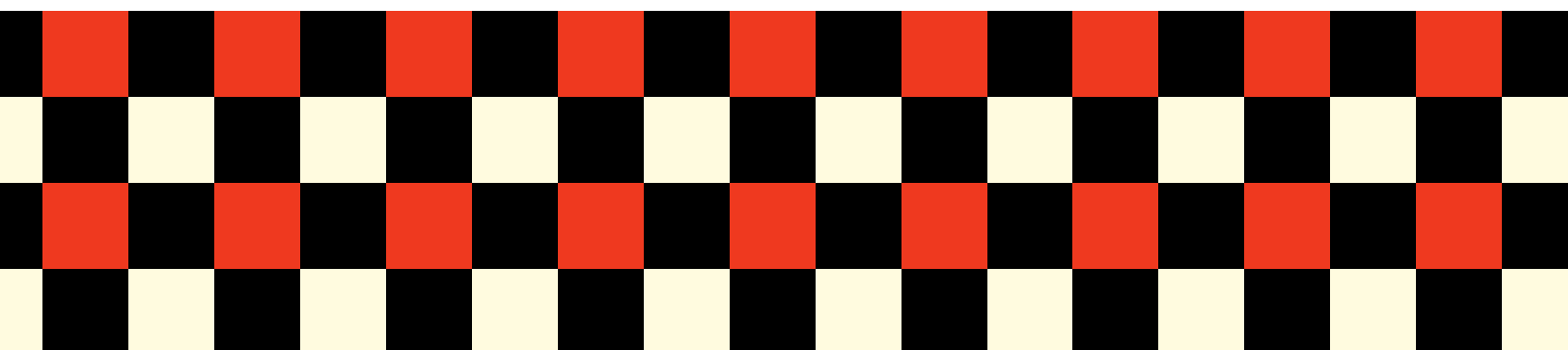
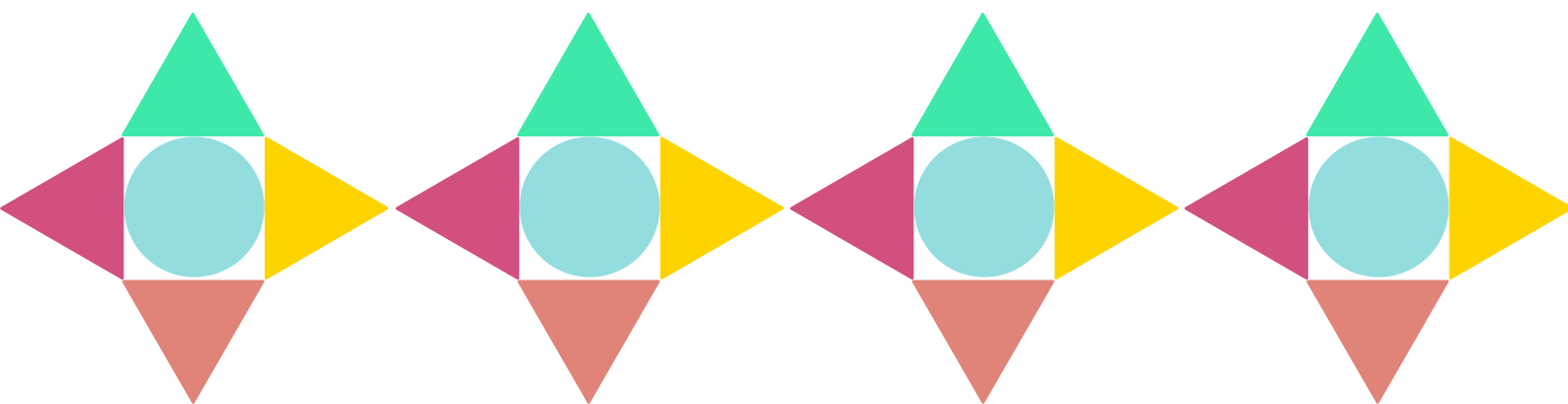
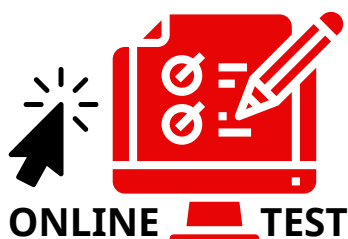
Στο διπλανό σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε ότι έχει περίμετρο:
 $5+7+5+7=24$



Κάποιες φορές βλέπουμε **γεωμετρικά σχήματα να επαναλαμβάνονται με συγκεκριμένο τρόπο**, όπως στα σχέδια από ένα ύφασμα, στα πλακάκια του σπιτιού μας, στα πέταλα των λουλουδιών, κλπ.



Όταν έχουμε σχήματα τοποθετημένα με συγκεκριμένη σειρά, που επαναλαμβάνονται, τότε έχουμε ένα **γεωμετρικό μοτίβο**.



3



Κεφάλαια 17-18



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Καμιά φορά χρειάζεται να υπολογίσουμε πολλούς αριθμούς μαζί.

Για να **προσθέσουμε εύκολα** αριθμούς μας αρκεί να τους υπολογίζουμε έτσι ώστε να **σχηματίζουν δεκάδες**.

Δηλαδή:

● $9+3=9+1+2=10+2=12$

● $8+5=8+2+3=10+3=13$

● $41+12=41+9+3=50+3=53$

● $13+9+24+7=13+7+2+24+6+1=20+2+30+1=53$

Όταν προσθέτουμε έναν αριθμό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διάφορους τρόπους για να βρούμε το αποτέλεσμα.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



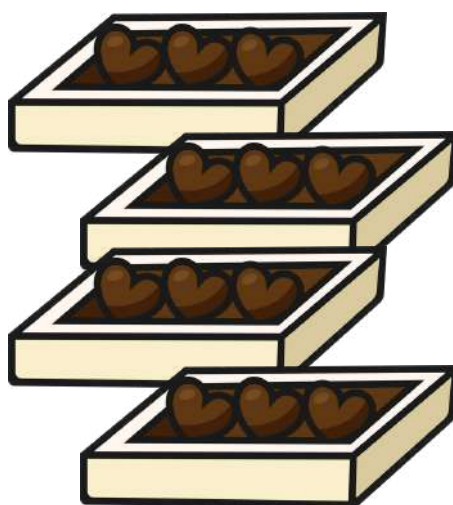
Όταν πρέπει να προσθέσουμε **έναν αριθμό πολλές φορές** χρησιμοποιούμε την πράξη του **πολλαπλασιασμού**.

- $3+3+3+3+3=3\times 5=15$
- $8+2+8+2=10+10=10\times 2=20$
- $5+5+5+5+5=5\times 5=25$



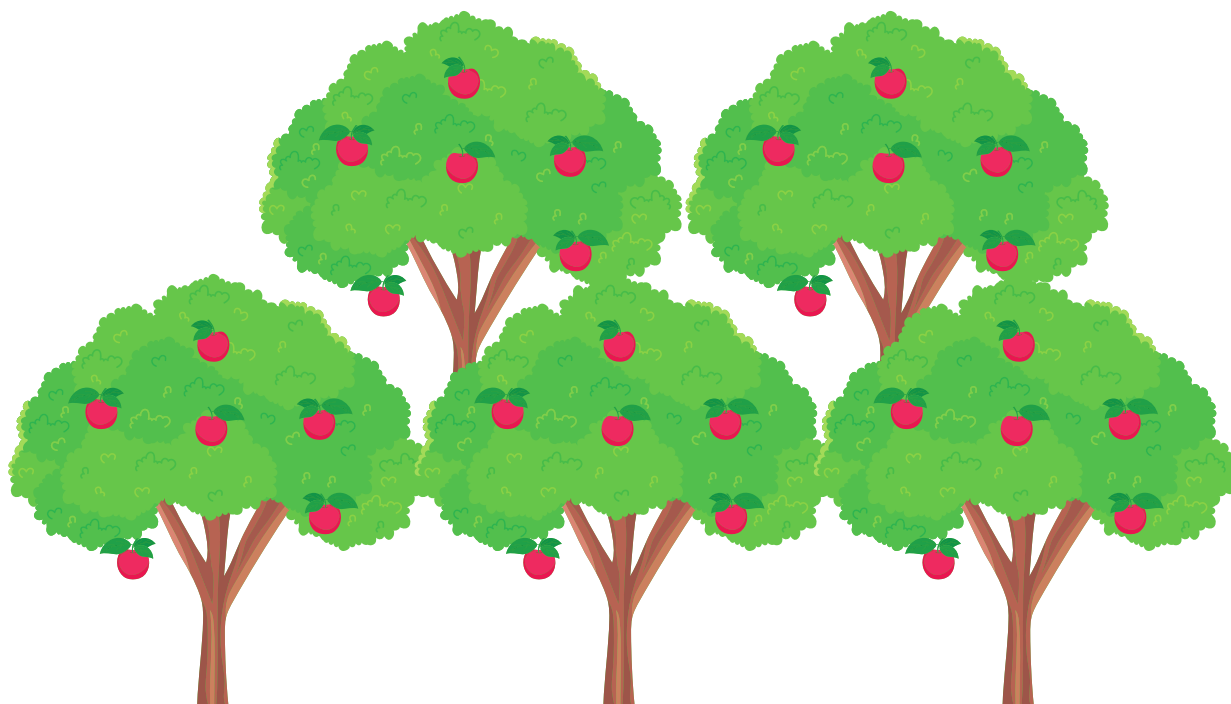
Για να βρω πόσα σοκολατάκια έχω:

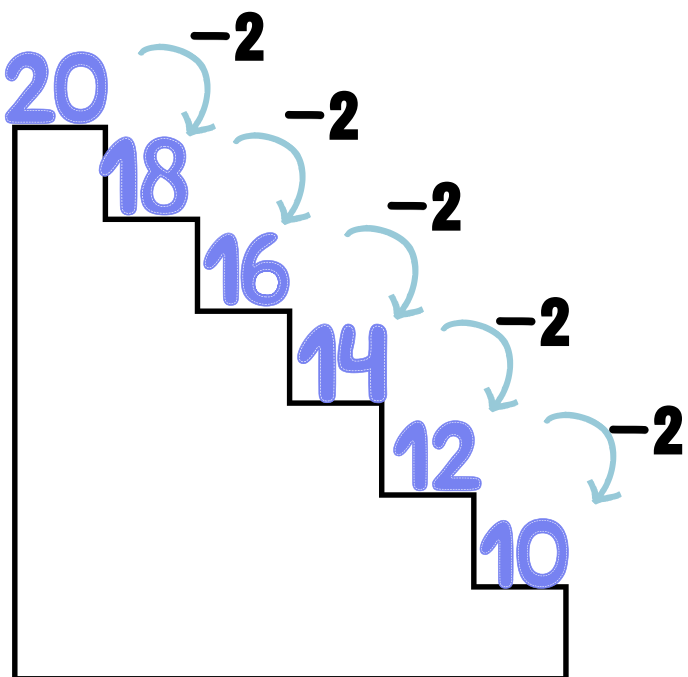
- Σκέφτομαι ότι έχω $3+3+3+3$, δηλαδή 12 σοκολατάκια.
- Είναι πιο εύκολο να σκεφτώ ότι έχω 4 κουτιά με 3 σοκολατάκια το καθένα, δηλαδή να υπολογίσω $4\times 3=12$.



Για να βρω πόσα μήλα έχω:

- Σκέφτομαι ότι έχω $6+6+6+6+6$, δηλαδή 30 μήλα.
- Είναι πιο εύκολο να σκεφτώ ότι έχω 5 δέντρα με 6 μήλα το καθένα, δηλαδή να υπολογίσω $5 \times 6 = 30$.





Στα μαθηματικά δεν έχουμε μόνο μοτίβα με γεωμετρικά σχήμα. Υπάρχουν και μοτίβα με αριθμούς.



Μπορούμε να φτιάξουμε όσα κομμάτια από ένα μοτίβο θέλουμε, αρκεί να ξέρουμε τον **κανόνα** του.

Κανόνας ενός μοτίβου είναι **ο τρόπος με τον οποίο δημιουργείται.**

Η πρόσθεση, η αφαίρεση και όλες οι πράξεις που ξέρουμε μας βοηθάνε να λύσουμε προβλήματα. Είμαστε πολύ **προσεκτικοί** όταν μελετάμε ένα **πρόβλημα!**

Κάποιες φορές τα προβλήματα μας έχουν μία λύση, κάποιες φορές έχουν πολλές λύσεις και κάποιες δεν έχουν καμία λύση!



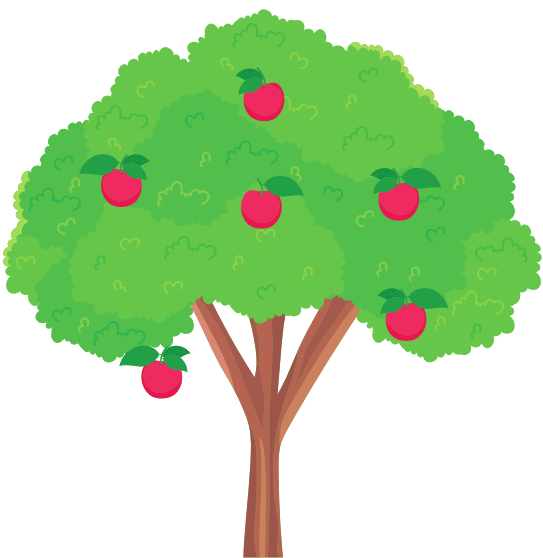
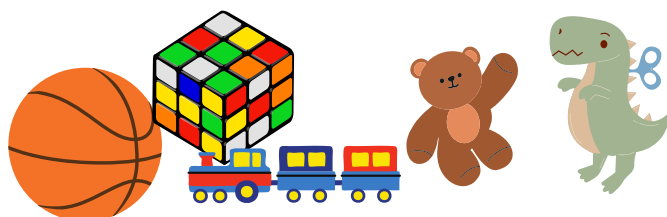
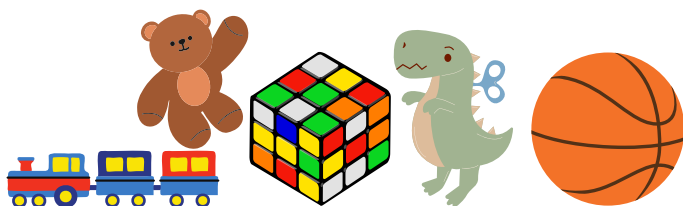


Από την **εκφώνηση** ενός προβλήματος μπορούμε να βρούμε αρκετές **πληροφορίες** για να καταλάβουμε τη **λύση** του.

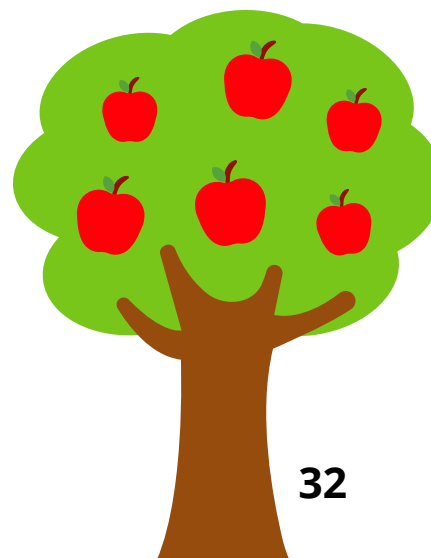
Υπάρχουν κάποιες εκφράσεις που μας βοηθούν να λύσουμε το πρόβλημα. Η πιο συνηθισμένη είναι **«τόσα...όσα...»** και τη χρησιμοποιούμε για να δείξουμε ότι δύο ποσότητες είναι **ίσες**.



Για παράδειγμα λέμε: ο Νίκος έχει **τόσα** παιχνίδια **όσα** έχει η Μαρία.

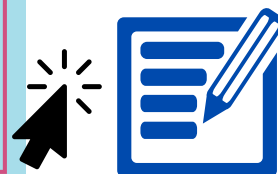


Το δέντρο στα δεξιά έχει **τόσα** μήλα **όσα** και το δέντρο στα αριστερά. Έχουν και τα δύο από 6 μήλα.





Κεφάλαια 22-23



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μπορούμε να γράψουμε τους αριθμούς με διάφορους τρόπους, ανάλογα με τι μας βολεύει.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

● $20=4+4+4+4+4$

● $20=4 \times 5$

● $20=10+10$

● $20=17+3$, κοκ.

Επειδή μπορούμε να γράψουμε τους αριθμούς με διάφορους τρόπους, μας είναι και εύκολο να κάνουμε υπολογισμούς με διάφορες μεθόδους.



● **Για να κάνουμε πρόσθεση:**

$$36+24=30+6+20+4=30+20+4+6=50+10=60$$

$$36+24=36+20+4=56+4=60$$

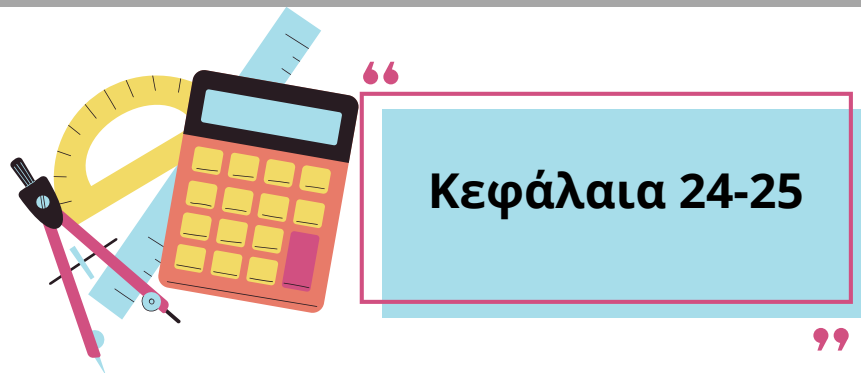
● **Για να κάνουμε αφαίρεση:**

$$55-16=55-10-6=45-6=45-5-1=40-1=39$$

$$17-12=17-10-2=7-2=5$$



4



Όπως έχουμε δει ο πολλαπλασιασμός μας βοηθάει να κάνουμε πιο γρήγορα πράξεις.



Ξέρουμε ότι:

$$3+3+3+3=12 \text{ δηλαδή } 3 \times 4=12$$
$$4+4+4=12 \text{ δηλαδή } 4 \times 3=12$$



Παρατηρούμε ότι όπως και να γράψουμε τους αριθμούς, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα.

Δηλαδή **στον πολλαπλασιασμό δεν έχει σημασία με ποια σειρά γράψουμε τους αριθμούς που πολλαπλασιάζουμε.**

Ο πολλαπλασιασμός είναι πάρα πολύ χρήσιμος στην καθημερινή μας ζωή. Για να μπορούμε να κάνουμε γρήγορους υπολογισμούς μαθαίνουμε την **προπαίδεια**.

Προπαίδεια είναι οι πρώτοι πολλαπλασιασμοί των αριθμών μέχρι το 10.





Οι πιο απλές προπαίδειες είναι του 2, του 5 και του 10.

Για την προπαίδεια του 4 μπορούμε απλά να σκεφτόμαστε το διπλάσιο του διπλάσιου, άρα να ξέρουμε καλά την προπαίδεια του 2.

Δηλαδή για να υπολογίσουμε 4×6 θα πάρουμε το διπλάσιο του 6 (άρα 12) και μετά ξανά το διπλάσιο του 12, άρα 24.



1

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$3 \times 1 = 3$$

$$4 \times 1 = 4$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$6 \times 1 = 6$$

$$7 \times 1 = 7$$

$$8 \times 1 = 8$$

$$9 \times 1 = 9$$

$$10 \times 1 = 10$$

2

$$1 \times 2 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$10 \times 2 = 20$$

4

$$1 \times 4 = 4$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$6 \times 4 = 24$$

$$7 \times 4 = 28$$

$$8 \times 4 = 32$$

$$9 \times 4 = 36$$

$$10 \times 4 = 40$$

5

$$1 \times 5 = 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$4 \times 5 = 20$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$6 \times 5 = 30$$

$$7 \times 5 = 35$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$9 \times 5 = 45$$

$$10 \times 5 = 50$$

10

$$1 \times 10 = 10$$

$$2 \times 10 = 20$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$5 \times 10 = 50$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$7 \times 10 = 70$$

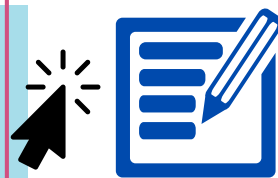
$$8 \times 10 = 80$$

$$9 \times 10 = 90$$

$$10 \times 10 = 100$$



Κεφάλαια 26-28



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να μάθουμε την προπαίδεια του 8 μπορούμε να σκεφτόμαστε την προπαίδεια του 4 και να ψάχνουμε το διπλάσιο.

Για παράδειγμα έχουμε 8×3 , σκεφτόμαστε $4 \times 3 = 12$ και διπλασιάζουμε, άρα $8 \times 3 = 12 \times 2 = 24$.

Αν μάθουμε την προπαίδεια του 3 τότε πολύ εύκολα μαθαίνουμε και την προπαίδεια του 6. Το 6 είναι το διπλάσιο του 3, άρα στην προπαίδεια του 6 θα βρίσκουμε τα διπλάσια από την προπαίδεια του 3.



1	$\times 8$	= 8
2	$\times 8$	= 16
3	$\times 8$	= 24
4	$\times 8$	= 32
5	$\times 8$	= 40
6	$\times 8$	= 48
7	$\times 8$	= 56
8	$\times 8$	= 64
9	$\times 8$	= 72
10	$\times 8$	= 80

Παρατηρούμε ότι στη προπαίδεια του 8 εμφανίζονται όλα τα διπλάσια από τα αποτελέσματα της προπαίδειας του 4.



3

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$7 \times 3 = 21$$

$$8 \times 3 = 24$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$10 \times 3 = 30$$

6

$$1 \times 6 = 6$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$4 \times 6 = 24$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$7 \times 6 = 42$$

$$8 \times 6 = 48$$

$$9 \times 6 = 54$$

$$10 \times 6 = 60$$





Κεφάλαια 27-29

Την προπαίδεια **του 7** μας είναι πιο εύκολο να την μάθουμε χρησιμοποιώντας τις προπαίδειες **του 5 και του 2**.

Ξέρουμε ότι **$7=2+5$** ! Οπότε:

Αν έχουμε 7×9 αρκεί να βρούμε 5×9 και 2×9 και να προσθέσουμε το αποτέλεσμα.

 Δηλαδή $7 \times 9 = 5 \times 9 + 2 \times 9 = 45 + 18 = 63$.



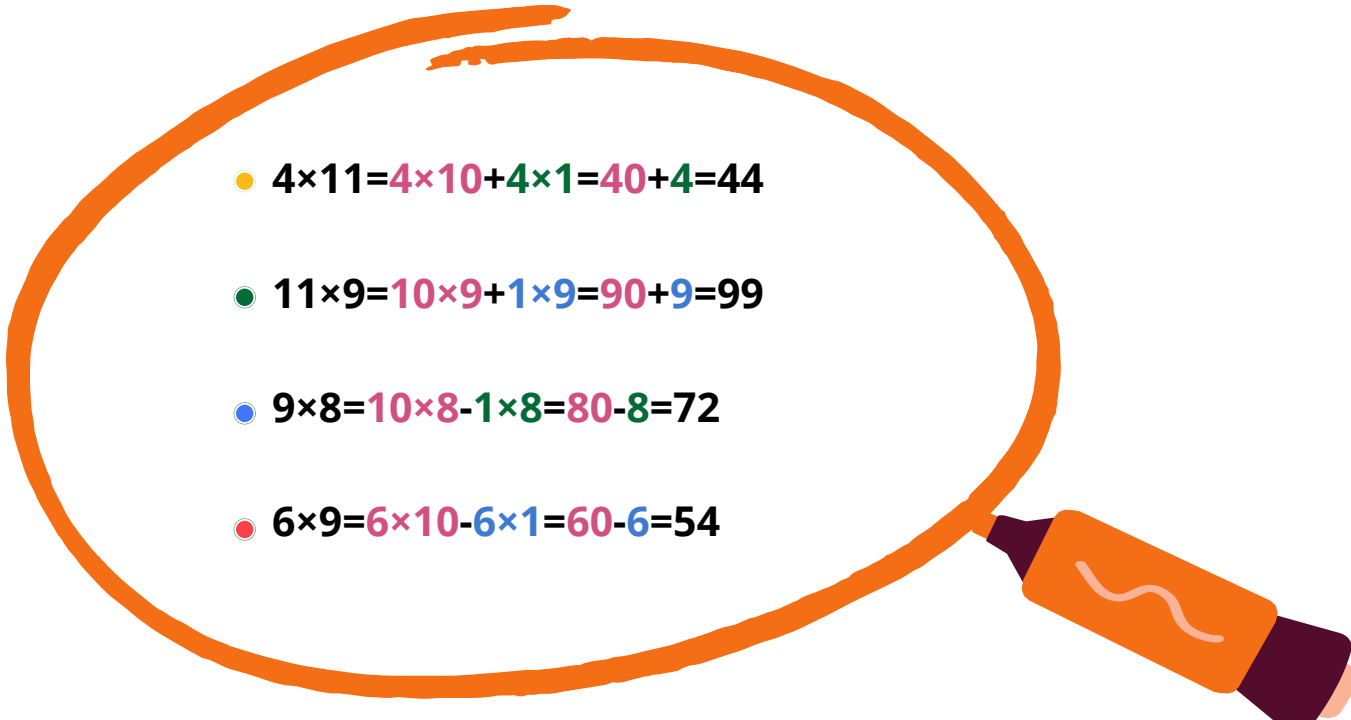
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Για τις προπαίδειες του **9 και του 11** μπορούμε να αξιοποιήσουμε την προπαίδεια του 10 αφού ξέρουμε ότι **$11=10+1$ και $9=10-1$** .



- $4 \times 11 = 4 \times 10 + 4 \times 1 = 40 + 4 = 44$

- $11 \times 9 = 10 \times 9 + 1 \times 9 = 90 + 9 = 99$

- $9 \times 8 = 10 \times 8 - 1 \times 8 = 80 - 8 = 72$

- $6 \times 9 = 6 \times 10 - 6 \times 1 = 60 - 6 = 54$



7

$$\begin{aligned}1 \times 7 &= 7 \\2 \times 7 &= 14 \\3 \times 7 &= 21 \\4 \times 7 &= 28 \\5 \times 7 &= 35 \\6 \times 7 &= 42 \\7 \times 7 &= 49 \\8 \times 7 &= 56 \\9 \times 7 &= 63 \\10 \times 7 &= 70\end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned}1 \times 9 &= 9 \\2 \times 9 &= 18 \\3 \times 9 &= 27 \\4 \times 9 &= 36 \\5 \times 9 &= 45 \\6 \times 9 &= 54 \\7 \times 9 &= 63 \\8 \times 9 &= 72 \\9 \times 9 &= 81 \\10 \times 9 &= 90\end{aligned}$$



5



Κεφάλαιο 30



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Κάποιες φορές ψάχνουμε να βρούμε πώς να χωρίσουμε μια ποσότητα.

Για παράδειγμα πόσα μολύβια να βάλουμε σε κάθε κασετίνα, πόσα γλυκά να φάει κάθε συμμαθητής μας, κλπ.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Στα μαθηματικά μαθαίνουμε να **μοιράζουμε δίκαια**. Δηλαδή μαθαίνουμε να **μοιράζουμε μια ποσότητα** ώστε κάθε κομμάτι που θα προκύψει να είναι ίδιο με το άλλο.



Η πράξη της δίκαιης μοιρασιάς ονομάζεται **διαίρεση**. Για την διαίρεση χρησιμοποιούμε το σύμβολο « : » και λέμε:



- Μοιράζω 10 σε 2 δηλαδή βρίσκω $10:2=5$
- Χωρίζω 9 σε 3, δηλαδή βρίσκω $9:3=3$



ONLINE TEST



Κεφάλαια 31-32-33



Συχνά χρειάζεται να μετρήσουμε διάφορες επιφάνειες.

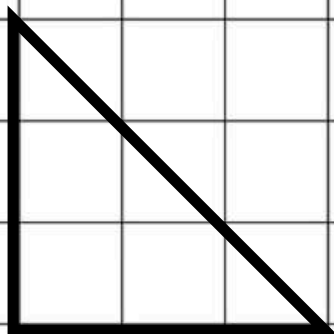
Για παράδειγμα:

- Όταν θέλουμε να βάψουμε το δωμάτιό μας, μετράμε την επιφάνεια του τοίχου.
- Όταν θέλουμε να τυλίξουμε ένα δώρο μετράμε την επιφάνεια του πακέτου, κοκ.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Ένας τρόπος για να μετρήσουμε μια επιφάνεια είναι να **χρησιμοποιήσουμε** μικρότερα αντικείμενα (**μικρότερες επιφάνειες**) και να δούμε πόσες φορές χωράνε στην μεγάλη.



Για παράδειγμα, στο διπλανό τρίγωνο καταλαβαίνουμε ότι έχει τόση επιφάνεια όσο τεσσεράμιση περίπου τετραγωνάκια.



Για να μετρήσουμε τον **χρόνο** χρησιμοποιούμε διάφορα μεγέθη.

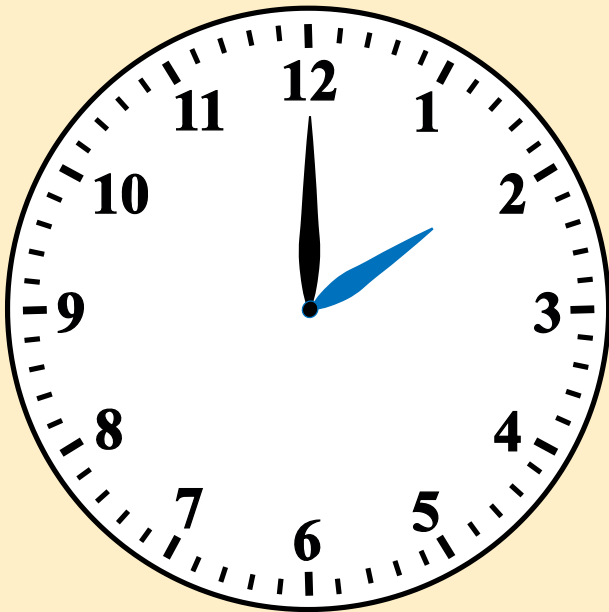


Αν θέλουμε να μετρήσουμε **μεγάλη χρονική περίοδο** χρησιμοποιούμε τα **έτη**, τους **μήνες** και τις **μέρες**.

Αν θέλουμε να μετρήσουμε **μικρή χρονική περίοδο** χρησιμοποιούμε τις **ώρες**, τα **λεπτά** ή τα **δευτερόλεπτα**.

Για να καταλαβαίνουμε τι μέρα είναι και ποιος μήνας χρησιμοποιούμε το **ημερολόγιο**, ενώ για να καταλαβαίνουμε τι ώρα είναι αξιοποιούμε τα **ρολόγια** (ψηφιακά και αναλογικά).









Κεφάλαια 34-35-36-37



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Σ όλες τις **κάθετες πράξεις** τοποθετούμε πάντα **τις μονάδες και τις δεκάδες** τη μία κάτω από την άλλη.



Στην πρόσθεση:

Προσθέτουμε πρώτα τις μονάδες και μετά τις δεκάδες. Κάποιες φορές οι μονάδες μας δίνουν αποτέλεσμα μεγαλύτερο από μια δεκάδα, οπότε έχουμε **κρατούμενο**.



1 2	προσθέτουμε τις μονάδες
+ 1 4	μετά τις δεκάδες
2 6	← αυτό είναι το αποτέλεσμα



VIDEO  ΜΑΘΗΜΑ

1 5	προσθέτουμε τις μονάδες: $5+7=12$
+ 1 7	παρατηρούμε ότι οι μονάδες φτάνουν πάνω από την δεκάδα, οπότε γράφουμε τις μονάδες του αριθμού που προέκυψε και κρατάμε κρατούμενο όσες δεκάδες εμφανίστηκαν. (σε αυτή την περίπτωση 1)
3 2	προσθέτω τις δεκάδες κανονικά και μετά προσθέτω το κρατούμενο



Στην αφαίρεση:

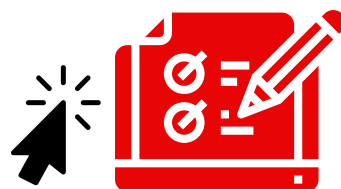
Πάντα αφαιρούμε από τον μεγάλο αριθμό τον μικρότερο. Αφαιρούμε πρώτα τις μονάδες από τις μονάδες. Αν δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε τις μονάδες, δανειζόμαστε μια δεκάδα από τον αριθμό που θέλουμε να μειώσουμε.



2 7	αφαιρούμε τις μονάδες
- 1 4	μετά τις δεκάδες
1 3	← αυτό είναι το αποτέλεσμα

2 7	αφαιρούμε τις μονάδες,
- 1 8	παρατηρούμε ότι δεν μπορούμε να κάνουμε την αφαίρεση οπότε δανειζόμαστε μια δεκάδα από το 27. Έχουμε δηλαδή αντί για 7-8 $\rightarrow$ 17-8=9.
0 9 ←	αφαιρούμε τις δεκάδες αλλά θυμόμαστε ότι έχουμε δανειστεί μια δεκάδα, δηλαδή έχουμε 10-10=0!

Οι κάθετες πράξεις μας βοηθούν να **υπολογίζουμε** με **ακρίβεια** το αποτέλεσμα για να μπορούμε να λύνουμε όλα τα μαθηματικά προβλήματα που συναντάμε στην καθημερινή μας ζωή με ακρίβεια.

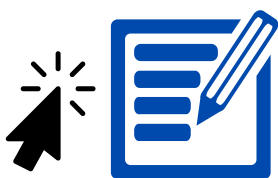
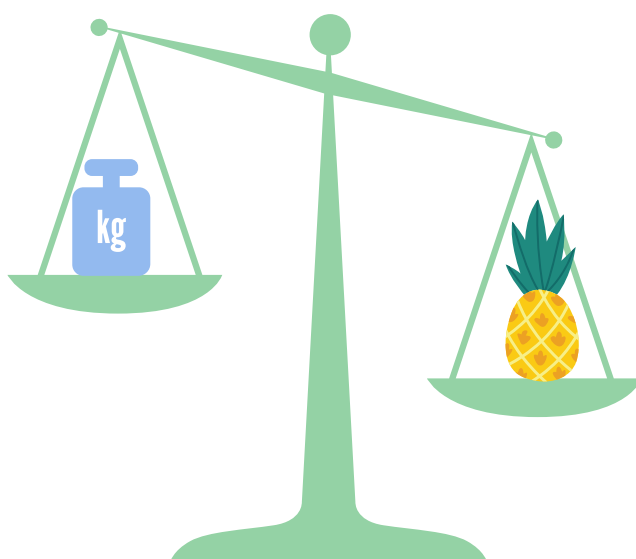




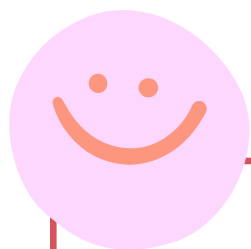
Κεφάλαια 38-39



Για να βρούμε τη **μάζα** ενός σώματος χρησιμοποιούμε την **ζυγαριά**.

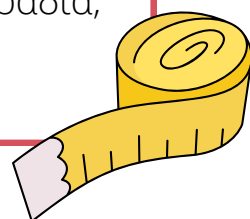


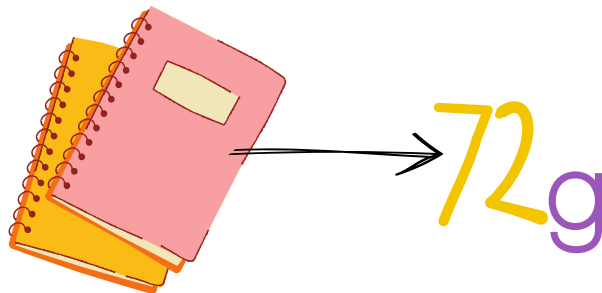
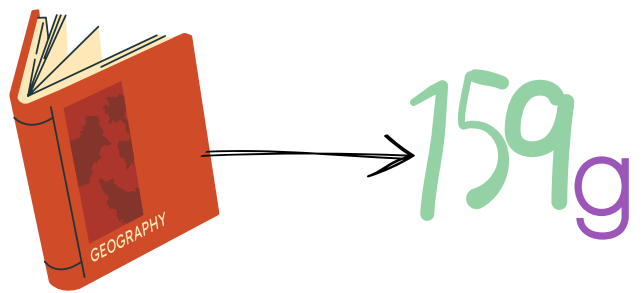
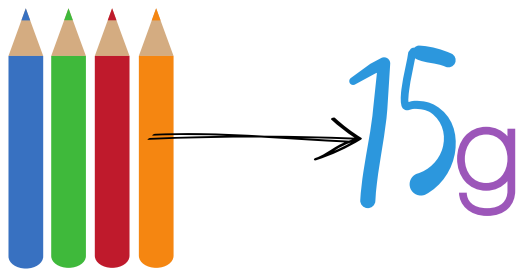
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Για να περιγράψουμε τι **μάζα** έχει ένα σώμα χρησιμοποιούμε το **γραμμάριο** ή το **κιλό**.

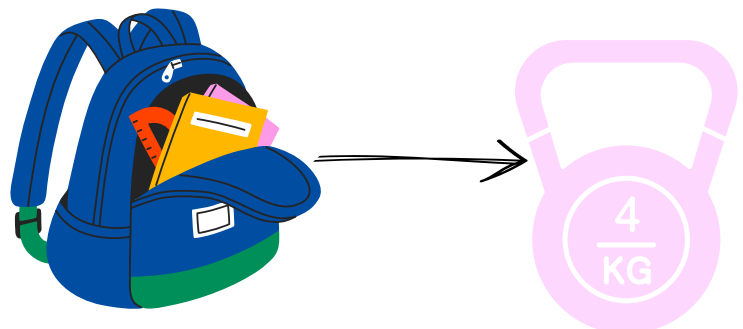
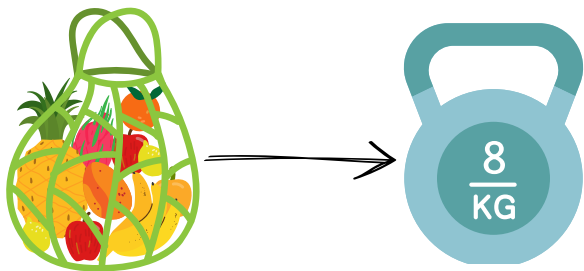
Γραμμάρια (g) χρησιμοποιούμε για **ελαφριά** σώματα (π.χ. μολύβια, τετράδια, βιβλίο).





Για πιο **βαριά** αντικείμενα (όπως τα ψώνια, η τσάντα μας) χρησιμοποιούμε το **κιλό (KG)**.

well done!



Ξέρουμε ότι ένα κιλό είναι τόσο όσο
χίλια γραμμάρια.

Δηλαδή:

1 κιλό = 1.000 γραμμάρια





Ενότητα 6η - Μαθηματικά Β' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ



Κεφάλαια 40-41



Για όλες μας τις αγορές σήμερα χρησιμοποιούμε το ευρώ.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ήξερες ότι δεν χρησιμοποιούν
όλες οι χώρες ευρώ;

Το ευρώ είναι το νόμισμα της
Ευρωπαϊκής Ένωσης, αλλά υπάρχουν κι
άλλα νομίσματα, όπως οι λίρες, το
δολάριο, το γιέν, κοκ.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ





Είναι πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε τα **νομίσματα και τα χαρτονομίσματα** του ευρώ για να μπορούμε να τα χρησιμοποιούμε με άνεση.

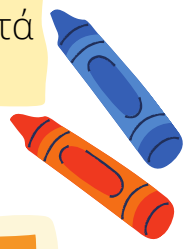
Για να κάνουμε γρήγορες αγορές μπορούμε να υπολογίζουμε εύκολα τα **ρέστα**, αρκεί να ξέρουμε τα νομίσματα.

well done!

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

● $100\text{€} = 50\text{€} + 20\text{€} + 20\text{€} + 10\text{€}$

● $1\text{€} = 50\text{λεπτά} + 20\text{λεπτά} + 10\text{λεπτά} + 10\text{λεπτά} + 5\text{λεπτά} + 5\text{λεπτά}$





Όπως καταλαβαίνουμε χρησιμοποιώντας και το ευρώ, συχνά χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε **αριθμούς μέχρι το 100**.

Για να φτάσουμε στο 100 αλλάζουμε τις δεκάδες κάθε φορά που μαζεύουμε δέκα μονάδες. Δηλαδή οι αριθμοί ανεβαίνουν όπως από το 1 έως το 10.

school



7



Κεφάλαια 42-43-44



Όπως είδαμε και νωρίτερα μήκος υπολογίζουμε όταν μετράμε πόσο μακριά ή κοντά είναι μια τοποθεσία, πόσο ψηλό ή κοντό είναι ένα αντικείμενο κλπ.



Ο πιο συνηθισμένος τρόπος για να μετρήσουμε το μήκος είναι με το μέτρο.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για πιο **μικρά μήκη** (π.χ. ύψος παραθύρου, μήκος μολυβιού) χρησιμοποιούμε τα **εκατοστά**.

Ξέρουμε ότι: 1 μέτρο = 100 εκατοστά.

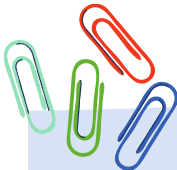


VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Για να μετρήσουμε πού **μεγάλα μήκη**, όπως οι αποστάσεις πόλεων, χρησιμοποιούμε το **χιλιόμετρο**.

Όπως λέει και το όνομά του, **ένα χιλιόμετρο έχει χίλια μέτρα**.



Συχνά στην καθημερινή μας ζωή, όπως είδαμε από τα ευρώ και τα μήκη, χρησιμοποιούμε πολύ **μεγάλους αριθμούς**.

Χρησιμοποιούμε **τριψήφιους αριθμούς**, δηλαδή αριθμούς που έχουν 3 ψηφία. Κάθε ψηφίο έχει την δική του αξία: **ΕΚΑΤΟΝΤΑΔΕΣ, ΔΕΚΑΔΕΣ, ΜΟΝΑΔΕΣ**.

Στο **863** έχουμε **8 εκατοντάδες, 6 δεκάδες και 3 μονάδες**.

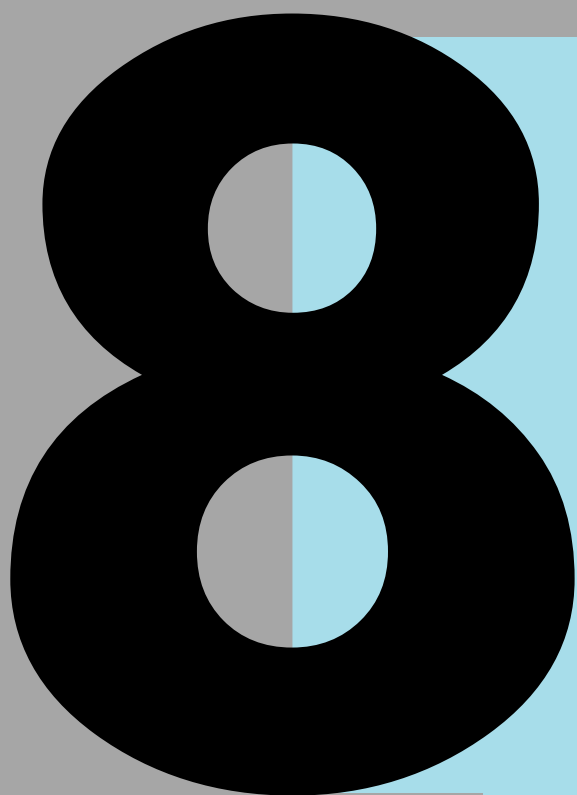


Για να διαβάσουμε έναν τριψήφιο αριθμό ξεκινάμε από τις εκατοντάδες (στα αριστερά) και συνεχίζουμε προς τα δεξιά.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- 317: τριακόσια δέκα επτά
- 209: διακόσια εννιά
- 900: εννιακόσια
- 650: εξακόσια πενήντα







Κεφάλαια 45-46



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Πολύ συχνά χρειάζεται να **συγκρίνουμε δυο αριθμούς**.

Για να συγκρίνουμε δυο αριθμούς μπορούμε να τους **αφαιρέσουμε**. Το αποτέλεσμα μας δείχνει πόσο μεγαλύτερος είναι ο ένας από τον άλλο αριθμό.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



Πόσο μεγαλύτερο είναι το 23 από το 9;



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Κάνουμε την αφαίρεση $23 - 9$ και βρίσκουμε 14.

Άρα το 23 είναι μεγαλύτερο κατά 14 από το 9.



Για να κάνουμε **εύκολα υπολογισμούς** χρησιμοποιούμε όλους τους τρόπους που έχουμε μάθει. Δεν ξεχνάμε ότι η **προπαίδεια** και οι **κάθετες πράξεις** μας είναι πολύ βοηθητικές!



ONLINE TEST



Κεφάλαια 47-48



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να μάθουμε τι **ώρα** είναι κοιτάμε το **ρολόι**.

Υπάρχουν διάφορα είδη ρολογιών, αλλά τα πιο συνηθισμένα είναι το **ψηφιακό** και το **αναλογικό**.

Το αναλογικό ρολόι έχει 12 ώρες.



VIDEO  ΜΑΘΗΜΑ

Όταν ο μεγάλος δείκτης **δείχνει το 12**, τότε ξέρουμε ότι η ώρα είναι **ακριβώς** και τι ώρα είναι μας δείχνει ο μικρός δείκτης.

Όταν ο μεγάλος δείκτης **δείχνει το 6**, τότε ξέρουμε ότι η ώρα είναι και **μισή** και τι ώρα είναι μας δείχνει ο μικρός δείκτης.

Ο **μικρός δείκτης** μας δείχνει τις ώρες και λέγεται **ωροδείκτης**.

Ο **μεγάλος δείκτης** μας δείχνει τα λεπτά και λέγεται **λεπτοδείκτης**.



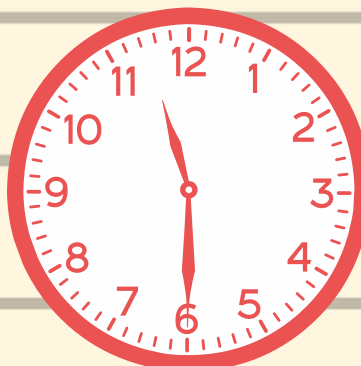
9:00



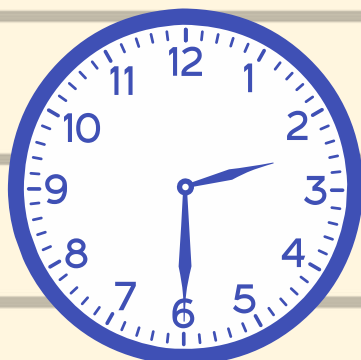
9:30



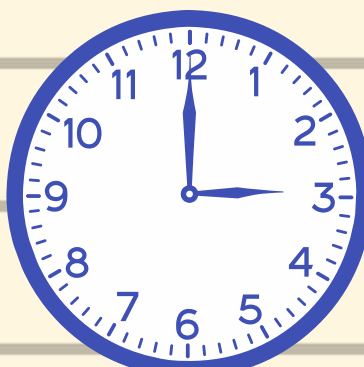
11:00



11:30



2:30



3:00



ONLINE TEST



Κεφάλαια 49-50



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Καμιά φορά στην καθημερινή μας ζωή δεν χρειάζεται να βρούμε το αποτέλεσμα ακριβώς. Υπάρχουν περιπτώσεις που μπορούμε να βρούμε το **αποτέλεσμα στο «περίπου»**, δηλαδή να κάνουμε μια **εκτίμηση** για το αποτέλεσμα.



Αυτός ο τρόπος μας βοηθάει να δίνουμε πιο γρήγορα απαντήσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

29 x 3 κάνει περίπου 90, αφού το 9 είναι αρκετά κοντά στο 30 και ξέρουμε ότι $30 \times 3 = 90$.

Άρα μπορούμε να πούμε ότι με 90€ μπορούμε να αγοράσουμε τρία παντελόνια των 29€, χωρίς να ξέρουμε ακριβώς το αποτέλεσμα.

Μπορούμε να κάνουμε **εκτιμήσεις για όλες τις πράξεις**. Στην πράξη της διαίρεσης (της δίκαιης μοιρασιάς) είναι πολύ χρήσιμο να ξέρουμε την προπαίδια των 10 πρώτων αριθμών.



9



Ενότητα 9η - Μαθηματικά Β' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ

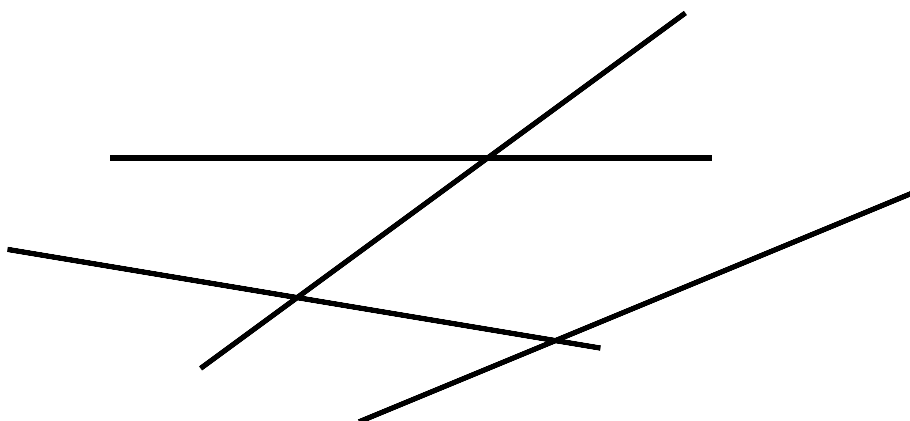


Κεφάλαια 51-52

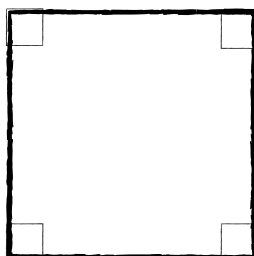
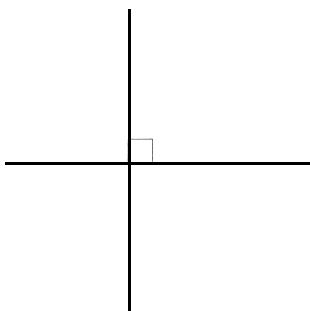


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Οι ευθείες μπορεί να συναντιούνται με διάφορους τρόπους ή να μην συναντιούνται καθόλου.

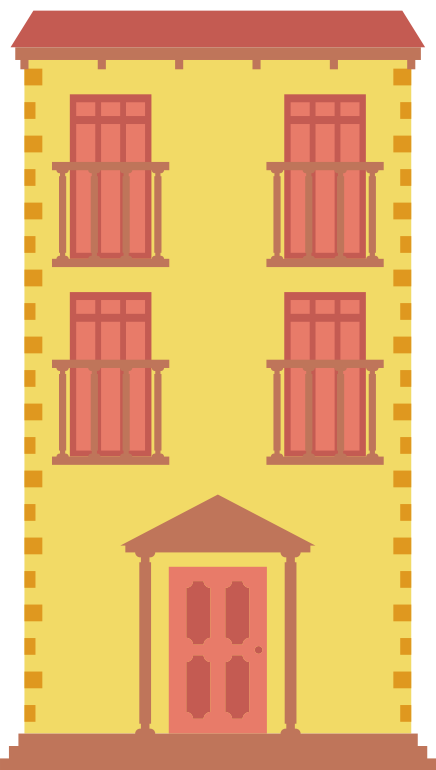


Αν δύο ευθείες όταν συναντιούνται σχηματίζουν **ορθή γωνία** τότε τις ονομάζουμε **κάθετες**. Στο τετράγωνο και στο ορθογώνιο έχουμε ορθές γωνίες.





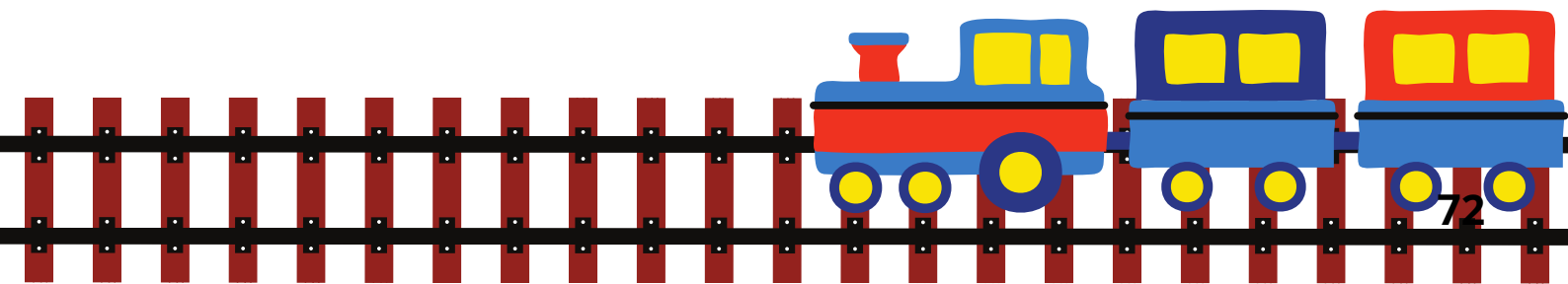
Αν δύο ευθείες **δεν συναντιούνται** όσο κι αν τις προεκτείνουμε, τότε τις ονομάζουμε **παράλληλες**.



Οι **κολώνες** του σπιτιού είναι μεταξύ τους **παράλληλες**.



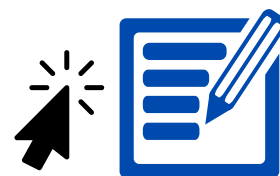
Οι **γραμμές του τρένου** στην ευθεία είναι **παράλληλες**.





Κεφάλαιο 53

Μαθαίνουμε μαθηματικά για να μπορούμε να καταλάβουμε τον κόσμο γύρω μας και να λύσουμε διάφορα προβλήματα που εμφανίζονται στην καθημερινή μας ζωή.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Στα μαθηματικά για να **λύσουμε ένα πρόβλημα** ακολουθούμε κάποια **βήματα**:

1. Διαβάζουμε πολύ καλά τα δεδομένα του προβλήματος.
2. Προσπαθούμε να καταλάβουμε τι μας ζητάνε να βρούμε, δηλαδή ποια είναι η λύση.
3. Οργανώνουμε τα δεδομένα μας.
4. Κάνουμε εκτίμηση για το πόσο φανταζόμαστε πως θα είναι περίπου το αποτέλεσμα.
5. Κάνουμε όποια πράξη χρειάζεται για να βρούμε το αποτέλεσμα.
6. Επιβεβαιώνουμε το αποτέλεσμα που βρήκαμε δοκιμάζοντας και διαφορετικό τρόπο.



Η κυρία Μαρία θέλει να μάθει πόσα βιβλία έχει στην βιβλιοθήκη της.

Γνωρίζει πως έχει συνολικά 9 ράφια και πως κάθε ράφι έχει 7 βιβλία.

- Ψάχνουμε να βρούμε τα **βιβλία συνολικά**.
- Καταλαβαίνουμε ότι τα βιβλία είναι όλα μαζί **περίπου 70**.
- Για να βρούμε ακριβώς την απάντηση κάνουμε **πολλαπλασιασμό** 7 επί 9, οπότε βρίσκουμε **63**.
- Για να επιβεβαιώσουμε ότι είναι σωστό το αποτέλεσμα **σκεφτόμαστε κι άλλο τρόπο**, π.χ.: $9+9+9+9+9+9+9=63$.





Κεφάλαιο 54



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Πέρα από τους τριψήφιους υπάρχουν και οι **τετραψήφιοι αριθμοί**, δηλαδή αυτοί που έχουν **4 ψηφία**.

Τετραψήφιους αριθμούς συναντάμε συχνά όταν αναφερόμαστε σε χρονολογίες (πότε γεννηθήκαμε, πότε είναι οι Ολυμπιακοί Αγώνες, κλπ.).



Στους τετραψήφιους αριθμούς, το τέταρτο ψηφίο στα αριστερά έχει την αξία των χιλιάδων. Μπορούμε να κάνουμε πράξεις στους τετραψήφιους όπως και στους τριψήφιους.





Πώς διαβάζουμε τους τετραψήφιους αριθμούς;



3.578: τρεις χιλιάδες πεντακόσια εβδομήντα οχτώ

2.003: δύο χιλιάδες τρία

7.106: επτά χιλιάδες εκατόν έξι

1.070: χίλια εβδομήντα



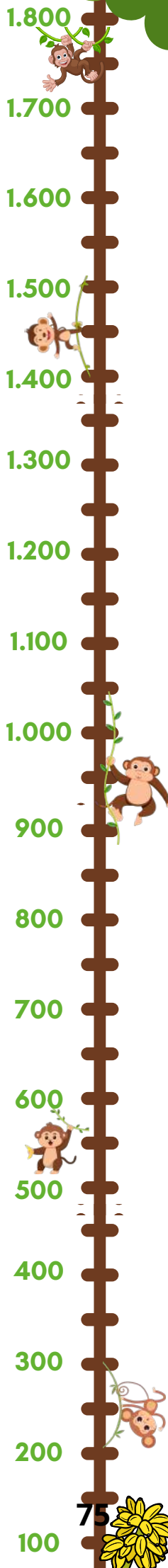
$$\begin{array}{r} 9 \quad 4 \quad 7 \\ - 4 \quad 5 \quad 5 \\ \hline 4 \quad 9 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1. \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ + \quad 6 \quad 7 \quad 8 \\ \hline 1. \quad 9 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 4 \quad 7 \\ + \quad 4 \quad 5 \quad 5 \\ \hline 1. \quad 4 \quad 0 \quad 2 \end{array}$$



ONLINE TEST



ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΚΔΟΣΗΣ:

Πρόδρομος Μιχαλάκης

© ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΛΥΣΑΡΙ | LISARI.GR

& Πρόδρομος Μιχαλάκης



Πανόρμου 14 & Σμύρνης,

12242, Αιγάλεω

τηλ.: 210 5982 614

e-mail: info@lisari.gr

www.lisari.gr

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται από τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν 2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και από τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η χωρίς γραπτή άδεια του εκδότη κατά οποιονδήποτε τρόπο ή οποιοδήποτε μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

