

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



Διαδραστικό Βοήθημα

Θεωρία - VideoΜαθήματα - Ασκήσεις

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ενότητα 1

1. Φυσικοί αριθμοί
2. Δεκαδικοί αριθμοί
3. Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα
4. Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών
5. Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών
6. Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών
7. Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών
8. Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις
9. Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4
10. Η χρήση του υπολογιστή τσέπης
11. Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών
12. Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών
13. Κριτήρια διαιρετότητας
14. Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί
15. Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών
16. Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.
17. Δυνάμεις
18. Δυνάμεις του 10
19. Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα
20. Το κλάσμα ως ακριβές ηηλίκο διαίρεσης
21. Ισοδύναμα κλάσματα
22. Σύγκριση-διάταξη κλασμάτων
23. Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων
24. Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Ενότητα 2

25. Η έννοια της μεταβλητής
26. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός
27. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτός ή αφαιρετός

28. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

29. Αντανακλάσεις

Ενότητα 3

30. Λόγος δυο μεγεθών

31. Από τους λόγους στις αναλογίες

32. Αναλογίες

33. Σταθερά και μεταβλητά ποσά

34. Ανάλογα ποσά

35. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά

36. Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά

37. Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

38. Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

39. Η απλή μέθοδος των τριών στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά

40. Εκτιμώ το ποσοστό

41. Βρίσκω το ποσοστό

42. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή

43. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή

44. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό

Ενότητα 4

45. Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα

46. Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα

47. Άλλοι τύποι γραφημάτων

48. Βρίσκω τον μέσο όρο

Ενότητα 5

49. Μετρώ το μήκος

50. Μετρώ και λογαριάζω βάρη

51. Μετρώ τον Χρόνο

52. Μετρώ την αξία με χρήματα

53. Γεωμετρικά μοτίβα

54. Αριθμητικά μοτίβα

55. Σύνθετα μοτίβα

Ενότητα 6

56. Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα

57. Γωνίες

58. Σχεδιάζω γωνίες

59. Μεγεθύνω – μικραίνω σχήματα

60. Αξονική συμμετρία

61. Μετρώ επιφάνειες

62. Βρίσκω το εμβαδό παραλληλογράμμου

63. Βρίσκω το εμβαδό τριγώνου

64. Βρίσκω το εμβαδό τραπεζίου

65. Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου

66. Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: έδρες και αναπτύγματα

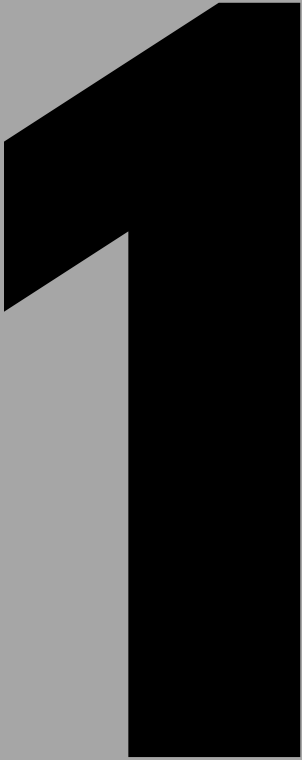
67. Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: ακμές και κορυφές

68. Κύλινδρος

69. Όγκος – Χωρητικότητα

70. Όγκος κύβου και ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου

71. Όγκος κυλίνδρου.





1. ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Οι ακέραιοι $0, 1, 2, 3, \dots, 100, 101, \dots, 1.000, \dots$ κτλ. λέγονται **φυσικοί αριθμοί**.

Συνήθως τους αναπαριστούμε με το σύμβολο **N**.

Οι φυσικοί αριθμοί είναι **άπειροι**.

Η θέση κάθε ψηφίου δείχνει την αξία του στον αριθμό.



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Παράδειγμα:

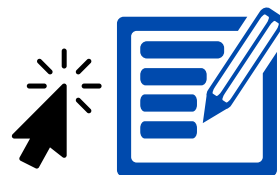
το 9.821.356 αναλύεται ως:

Εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
9	8	2	1	3	5	6





2. Δεκαδικοί Αριθμοί



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Οι δεκαδικοί αριθμοί αποτελούνται από ένα ακέραιο και ένα δεκαδικό μέρος που χωρίζονται από ένα κόμμα, **την υποδιαστολή**.

Τα μηδενικά στο τέλος των δεκαδικών αριθμών δεν έχουν καμία αξία, για αυτό μπορούμε να τα παραλείψουμε ή να προσθέσουμε κάποια αν χρειαστεί.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 1,325 αναλύεται ως:



Μονάδες

δέκατα

εκατοστά

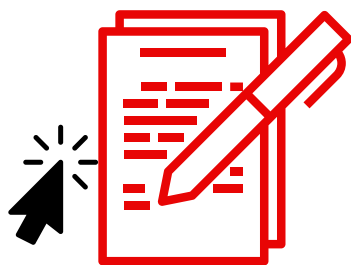
χιλιοστά

1

3

2

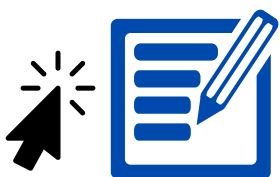
5



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



3. Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να μετατρέψουμε έναν δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα γράφουμε τον αριθμό ως αριθμητή χωρίς την υποδιαστολή και παρονομαστή 10 ή 100 ή 1.000, ανάλογα τα δεκαδικά ψηφία του αριθμού που έχουμε.

π.χ.:

$$1,2 = \frac{12}{10}$$

$$3,56 = \frac{356}{100}$$



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

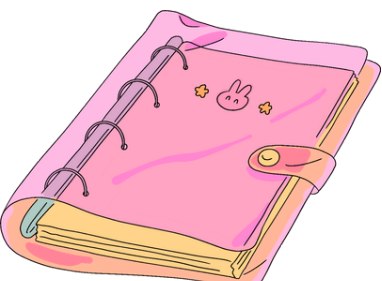
Για να μετατρέψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό γράφουμε τον αριθμητή του και χωρίζουμε με υποδιαστολή τόσα δεκαδικά ψηφία, όσα μηδενικά είχε ο παρονομαστής.

π.χ.:

$$\frac{7}{10} = 0,7$$

$$\frac{31}{1000} = 0,031$$

$$\frac{123}{10} = 12,3$$





4. Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

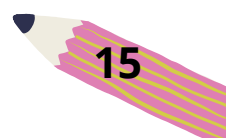
Αύξουσα σειρά είναι η διάταξη των αριθμών από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.

Φθίνουσα σειρά είναι η διάταξη των αριθμών από τον μεγαλύτερο προς τον μικρότερο.

Για να συγκρίνουμε αριθμούς, συγκρίνουμε πρώτα τα ψηφία με τη μεγαλύτερη αξία κ.ο.κ.

$<, >, =$

Τα σύμβολα της σύγκρισης είναι .



320	<	410
1,2	>	1,02
6,30	=	6,3





Ενότητα 1η - Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ

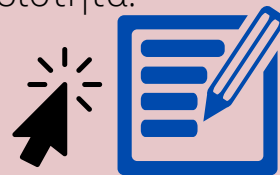


5. Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Για να προσθέσουμε αριθμούς τους γράφουμε τον έναν κάτω από τον άλλον, προσέχοντας οι μονάδες να είναι κάτω από τις μονάδες, οι δεκάδες κάτω από τις δεκάδες, τα δέκατα κάτω από τα δέκατα κ.ο.κ.

Στην πρόσθεση ισχύει η **αντιμεταθετική** και η **προσεταιριστική** ιδιότητα.

- Π.χ. :
1. $6+4=4+6$
 2. $(6+3)+1=6+(3+1)$



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να αφαιρέσουμε αριθμούς αφαιρούμε τον μικρότερο από τον μεγαλύτερο.

Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.

Παραδείγματα:

1. $5.987+345$



Μονάδες Χιλιάδων

Εκατοντάδες

Δεκάδες

Μονάδες

5.

9

8

7

+

3

4

5

6.

3

3

2

→ προσθετός

→ προσθετός

→ άθροισμα



2. $1,007 + 2,1$

	Μονάδες	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	
	1,	0	0	7	→ προσθετέος
+	2,	1	0	0	→ προσθετέος
					→ άθροισμα
	3,	1	0	7	



3. $1.723 - 802$

	Μονάδες Χιλιάδων	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	
	1.	7	2	3	→ μειωτέο
-		8	0	2	→ αφαιρετέο
					→ διαφορά
		9	2	1	





4. $3,107 - 2,1$

Μονάδες	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
3,	1	0	7
- 2,	1	0	0
1,	0	0	7

→ μειωτέος

→ αφαιρετέος

→ διαφορά





6. Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Πολλαπλασιασμό κάνουμε όταν ξέρουμε την τιμή μίας μονάδας και ζητάμε την τιμή των πολλών.

Στον πολλαπλασιασμό ισχύει η **αντιμεταθετική** ιδιότητα.

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν φυσικό αριθμό με 10, 100, 1.000 προσθέτουμε στο τέλος του αριθμού όσα μηδενικά έχει το 10, 100, 1.000 αντίστοιχα.

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1.000 μετακινούμε την υποδιαστολή δεξιά, προσθέτοντας μηδενικά αν χρειαστεί, τόσες θέσεις όσα μηδενικά έχει το 10, 100, 1.000 αντίστοιχα.

Όταν τελειώσει ο πολλαπλασιασμός πρέπει να μετρήσουμε τα δεκαδικά ψηφία των αριθμών που πολλαπλασιάσαμε και όσα είναι, τόσα ψηφία να βάλουμε πίσω από την υποδιαστολή στο γινόμενο μας.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Παραδείγματα:

1. $3 \times 100 = 300$

2. $2,5 \times 10 = 25$

3. 52×12 :

		5	2		→ παράγοντας
	x	1	2		→ παράγοντας
		1	0	4	→ μερικό γινόμενο
+		5	2		→ μερικό γινόμενο
		6	2	4	→ (ολικό) γινόμενο

4. $1,2 \times 1,8$:

		1,	2		→ παράγοντας
	x	1,	8		→ παράγοντας
		9	6		→ μερικό γινόμενο
+		1	2		→ μερικό γινόμενο
		2,	1	6	→ (ολικό) γινόμενο

5. $5,7 \times 22$:

		5,	7		→ πολλαπλασιαστής	
	x	2	2		→ πολλαπλασιαστής	
		1	1	4	→ μερικό γινόμενο	
+		1	1	4	→ μερικό γινόμενο	
		1	2	5,	4	→ (ολικό) γινόμενο



7. Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Διαίρεση λέγεται η πράξη με την οποία μοιράζουμε έναν αριθμό σε ίσα μέρη.

Τέλεια διαίρεση είναι αυτή που έχει **υπόλοιπο μηδέν**.

Αν η διαίρεση έχει υπόλοιπο διαφορετικό από το μηδέν λέγεται **ατελής**.

Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιούμε την μία πράξη για να ελέγξουμε την ορθότητα της άλλης.

Κάθε αριθμός διαιρείται με το 1 και με τον εαυτό του.

$$a:1=a \text{ και } a:a=1$$

Για κάθε διαίρεση με διαιρετέο το μηδέν γνωρίζουμε ότι **$0:a=0$**

Για να διαιρέσουμε εύκολα έναν αριθμό με το 10, 100, 1.000 μετακινούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις αριστερά όσα μηδενικά έχει το 10, 100, 1.000.

Παραδείγματα:

- 1. $302:10=30,2$
- 2. $25:100=0,25$
- 3. $96,3:10=9,63$



4. $3.060:68=$

Διαιρετέος → 3.060	68 → Διαιρέτης
- 272	45 → Πηλίκo
340	
-340	
Υπόλοιπο → 0	

5. $143,4:3=$

Διαιρετέος → 143,4	3 → Διαιρέτης
- 12	47,8 → Πηλίκo
23	
-21	
24	
-24	
Υπόλοιπο → 0	

6. $65:1,2=$

Διαιρετέος → 66	1,2 → Διαιρέτης
660	12
-60	55 → Πηλίκo
60	
-60	
Υπόλοιπο → 0	

Ένας τρόπος για να ελέγξουμε αν έχουμε κάνει σωστά τη διαίρεση είναι να αξιοποιήσουμε την ευκλείδεια ταυτότητα που έχουμε μάθει στις προηγούμενες τάξεις. Θυμόμαστε ότι **$\Delta = \delta \times \pi + \upsilon$** .

π.χ.: Κάνοντας την διαίρεση $167:13$ βρήκαμε πηλίκο 12 και υπόλοιπο 11.

Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε το αποτέλεσμα μας αν κάνουμε την πράξη $13 \times 12 + 11 = 156 + 11 = 167$.

Δεν ξεχνάμε ότι το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι πάντα μικρότερο από τον διαιρέτη.





“

8. Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

”



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Αριθμητική παράσταση είναι μια σειρά από αριθμούς που συνδέονται με πράξεις και αριθμητικά σύμβολα.

Σε κάθε αριθμητική παράσταση ισχύει η **προτεραιότητα των πράξεων**, δηλαδή πρώτα κάνουμε την πράξη του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης και μετά πρόσθεση και αφαίρεση.

Αν υπάρχουν **παρενθέσεις** στην αριθμητική μας παράσταση, τότε εκτελούμε πρώτα τις πράξεις που βρίσκονται μέσα στην παρένθεση.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Παραδείγματα:

1. $3+5\times 3=3+15=18$ και **ΟΧΙ** $3+5\times 3=8\times 3=24$

2. $3\times(5-2)=3\times 3=9$

3. $2\times 7-7=14-7=7$





9. Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να λύσουμε ένα πρόβλημα:



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

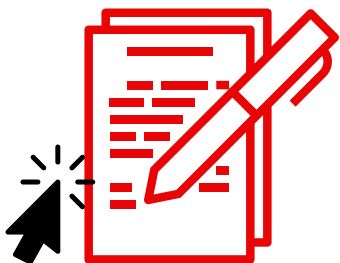
1. Το διαβάσουμε καλά.

2. Κατανοούμε ποιο είναι το ζητούμενο και ποια είναι τα δεδομένα.

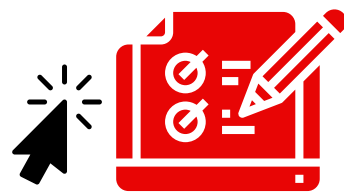
3. Κατασκευάζουμε την αριθμητική παράσταση που προκύπτει από τις πληροφορίες που μας έδωσε το πρόβλημα.

4. Λύνουμε την αριθμητική παράσταση, **δεν ξεχνάμε την προτεραιότητα των πράξεων!**

5. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα!



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



ONLINE TEST 27



10. Η χρήση του υπολογιστή τσέπης

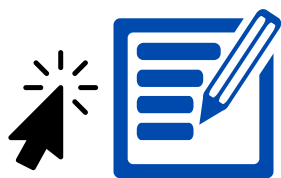
Το σύμβολο $+$ χρησιμοποιείται για την πράξη της πρόσθεσης.

Το σύμβολο $-$ χρησιμοποιείται για την πράξη της αφαίρεσης.

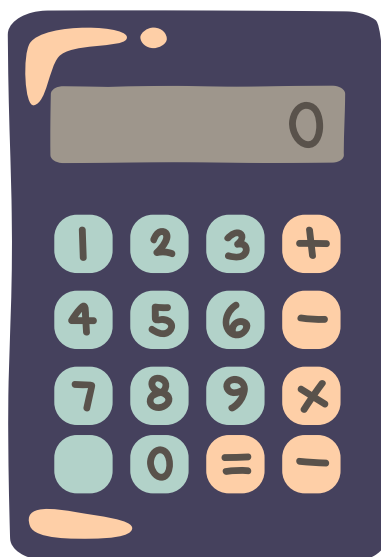
Το σύμβολο $\times$ χρησιμοποιείται για την πράξη του πολλαπλασιασμού.

Το σύμβολο $\div$ χρησιμοποιείται για την πράξη της διαίρεσης.

Το σύμβολο $=$ χρησιμοποιείται για να εμφανίσουμε το αποτέλεσμα της πράξης.



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

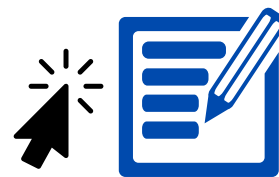




“

11. Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

”



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μπορούμε να κάνουμε **στρογγυλοποίηση** σε κάθε ψηφίο ενός αριθμού, ανάλογα με τα μεγέθη που συγκρίνουμε και διαχειριζόμαστε κάθε φορά.

Αν το ψηφίο που βρίσκεται στα δεξιά του ψηφίου που θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε είναι **0,1,2,3,4** τότε το **αντικαθιστούμε** όπως και όλα τα επόμενα ψηφία δεξιά με μηδενικά.

Αν το ψηφίο που βρίσκεται στα δεξιά είναι **5, 6, 7, 8, 9** τότε **αυξάνουμε** το ψηφίο στο οποίο στρογγυλοποιούμε κατά μια μονάδα και αντικαθιστούμε όλα τα υπόλοιπα με μηδέν.



Παραδείγματα:

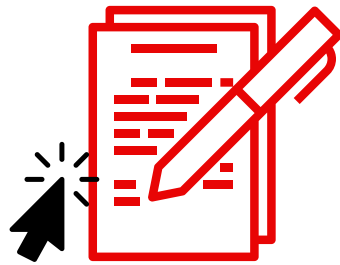
Στρογγυλοποιούμε στις δεκάδες:

$$1. \ 1\mathbf{2}3=120$$

$$2. \ 2.4\mathbf{5}9=2.460$$

$$3. \ 1\mathbf{0}3,59=100$$

$$4. \ 9.8\mathbf{9}9=9.900$$



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



12. Διαιρέτες ενός αριθμού - Μ.Κ.Δ. αριθμών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ένας αριθμός που **διαιρεί τέλεια** έναν άλλον αριθμό λέγεται **διαιρέτης** του.

Κοινός διαιρέτης δύο (ή περισσότερων) αριθμών λέγεται κάθε αριθμός που διαιρεί ακριβώς αυτούς τους δύο (ή περισσότερους) αριθμούς.

Μέγιστος κοινός διαιρέτης (**Μ.Κ.Δ.**) λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες που έχουν δύο (ή περισσότεροι) αριθμοί.

Παραδείγματα:



Ψάχνω τον Μ.Κ.Δ. των 50 και 140:

50	140	Γράφω τους αριθμούς
50	40	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τον μεγαλύτερο ($140:50=2\times 50+\mathbf{40}$).
10	40	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τον μεγαλύτερο ($50:40=1\times 40+\mathbf{10}$).
10	0	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τον μεγαλύτερο ($40:10=10\times 4+\mathbf{0}$).
		Όταν βρω υπόλοιπο μηδέν, σημαίνει ότι δεν μπορώ να προχωρήσω άλλο και έχω βρει τον Μ.Κ.Δ.



Δηλαδή $M.K.A.(50, 140)=10$

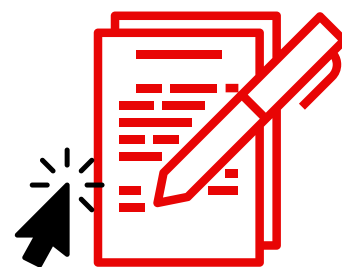


Ψάχνω τον Μ.Κ.Α. των 345, 60, 130:

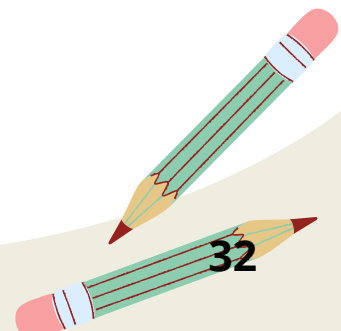
345	60	130	Γράφω τους αριθμούς.
45	60	10	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τους μεγαλύτερους ($345:60=5 \times 60 + \mathbf{45}$, $130:60=2 \times 60 + \mathbf{10}$).
5	0	10	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τους μεγαλύτερους ($45:10=4 \times 10 + \mathbf{5}$, $60:10=6 \times 10 + \mathbf{0}$).
5	0	0	Γράφω τον μικρότερο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του μικρότερου με τους μεγαλύτερους ($10:5=5 \times 2 + \mathbf{0}$).
			Όταν βρω όλα τα υπόλοιπα ίσα με μηδέν, σημαίνει ότι δεν μπορώ να προχωρήσω άλλο και έχω βρει τον Μ.Κ.Α.



Δηλαδή $M.K.A.(345, 60, 130)=5$

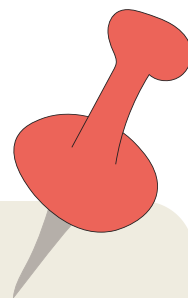


ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ





13. Κριτήρια Διαιρετότητας



- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 2** αν τελειώνει σε **0,2,4,6,8**.
- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 3** αν το **άθροισμα** των **ψηφίων** του **διαιρείται** ακριβώς με το **3**, π.χ.:

346 ($3+4+6=13$) δεν διαιρείται με το 3.

891 ($8+9+1=18$) διαιρείται με το 3.

- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 4** αν τα **2 τελευταία ψηφία** του **διαιρούνται με το 4** ή αν τελειώνει σε δύο μηδενικά: 600, 232, 604, ...
- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 5** αν τελειώνει σε **0 ή 5**.



- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 6** αν διαιρείται **με το 2 και το 3** ταυτόχρονα.
- Ένας αριθμός **διαιρείται με το 9** αν το **άθροισμα** των **ψηφίων** του **διαιρείται** ακριβώς **με το 9**, π.χ.:



7.462 ($7+4+6+2=19$) δεν διαιρείται με το 9.

306 ($3+0+6=9$) διαιρείται με το 9.

- Ένας αριθμός **διαίρεείται με το 10** αν **τελειώνει σε 0**.
- Οι αριθμοί που διαιρούνται τέλεια με το 2 ονομάζονται **άρτιοι** ή ζυγοί.
- Οι αριθμοί που δεν διαιρούνται τέλεια με το 2 λέγονται **περιττοί** ή μονοί.





14. Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Οι φυσικοί αριθμοί, μεγαλύτεροι του 1, που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και την μονάδα ονομάζονται **πρώτοι**.

Οι ακέραιοι που δεν είναι πρώτοι ονομάζονται **σύνθετοι**.

Το **1** δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

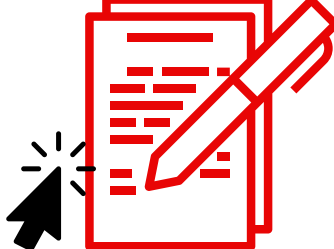
Το πρόβλημα της εύρεσης πρώτων αριθμών απασχόλησε από τους αρχαίους χρόνους τους μαθηματικούς. Ο Ερατοσθένης, ένας σπουδαίος Έλληνας μαθηματικός που έζησε περίπου το 250 π.Χ., επινόησε μια μέθοδο για την εύρεση πρώτων αριθμών. Την μέθοδο αυτή την χρησιμοποιούμε μέχρι και σήμερα και είναι γνωστή ως το **«Κόσκινο του Ερατοσθένη»**.

Η διαδικασία είναι:

- Τοποθετούμε σε έναν πίνακα όσους φυσικούς αριθμούς θέλουμε.
- Κρατάμε τον αριθμό 2 που είναι πρώτος και ξεκινάμε να διαγράφουμε τα πολλαπλάσια του 2 που είναι το 4, το 6, το 8, κ.τ.λ.
- Κάνουμε το ίδιο με τον αριθμό 3, που είναι ο επόμενος μικρότερος πρώτος αριθμός, διαγράφουμε δηλαδή όλα τα πολλαπλάσια του 3, που είναι το 6, το 9, το 12 κ.τ.λ..
- Συνεχίζουμε το «κοσκίνισμα».
- **Οι αριθμοί που θα απομείνουν είναι όλοι πρώτοι αριθμοί!**

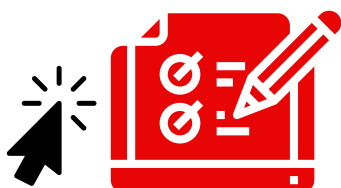
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



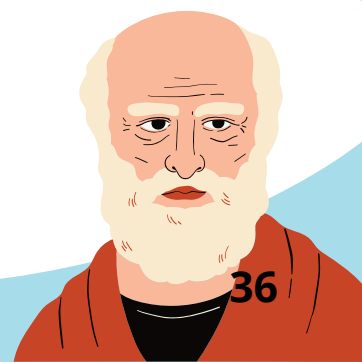


ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

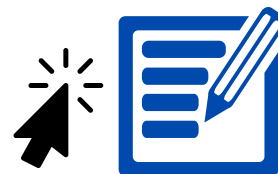


ONLINE  TEST





15. Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Αναλύουμε έναν αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων σημαίνει ότι τον γράφουμε ως αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού πρώτων αριθμών.

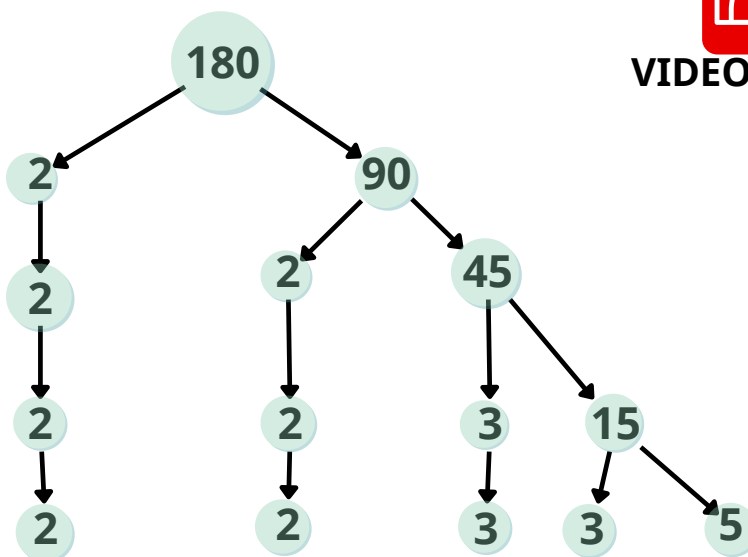
Π.χ.: $30=2 \times 3 \times 5$

Μπορούμε να κάνουμε ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είτε με τη μέθοδο διαδοχικών διαιρέσεων είτε με τα δεντροδιαγράμματα.

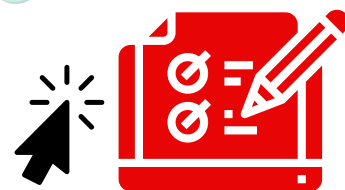
Π.χ. : Για να αναλύσουμε το 180:



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Άρα $180=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$



ONLINE TEST



16. Πολλαπλάσια ενός αριθμού- Ε.Κ.Π.

Πολλαπλάσιο ενός αριθμού a είναι κάθε αριθμός που προκύπτει όταν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό a με κάθε φυσικό αριθμό.

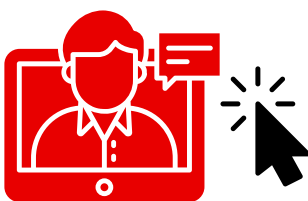
Π.χ.: πολλαπλάσια του 3 είναι οι αριθμοί: 0,3,6,9,12,15,18,21,24,...



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Κοινό πολλαπλάσιο δύο αριθμών (ή παραπάνω) λέγεται κάθε αριθμός ο οποίος είναι πολλαπλάσιο αυτών των δύο (ή παραπάνω) αριθμών.

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (**Ε.Κ.Π.**) είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο (ή παραπάνω) αριθμών.



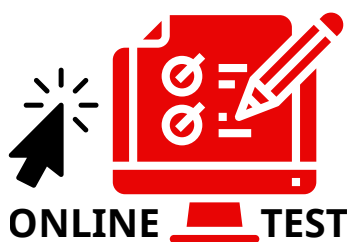
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Παράδειγμα:

Για να βρω το Ε.Κ.Π. των (18, 27):

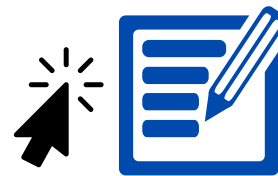
18	27	
9	27	διαίρώ με 2
3	9	διαίρώ με 3
1	3	διαίρώ με 3
1	1	διαίρώ με 3
		βρήκα 1, άρα:

$$\text{Ε.Κ.Π.} = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$





17. Δυνάμεις



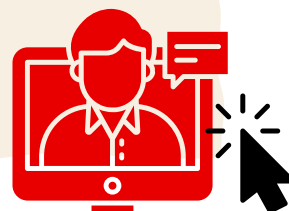
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Δύναμη είναι το γινόμενο πολλών ίσων παραγόντων π.χ.:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

Ισχύει ότι: $a^0 = 1$

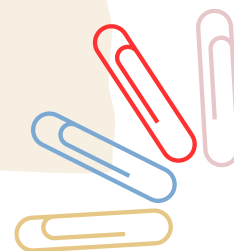
Ισχύει ότι: $a^1 = a$



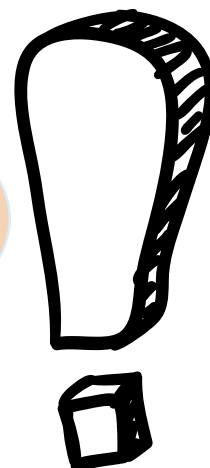
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Όταν μελετάμε τις δυνάμεις χρησιμοποιούμε τον όρο βάση και τον όρο εκθέτη.

πχ: 2^5 έχει βάση 2 και εκθέτη 5
 5^3 έχει βάση 5 και εκθέτη 3



Συχνά δυνάμεις με εκθέτη 2 διαβάζονται ως αριθμός στο τετράγωνο και δυνάμεις με εκθέτη 3 ως αριθμός στον κύβο.



ONLINE TEST

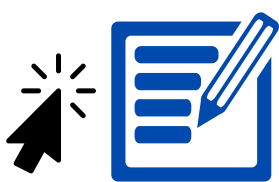


18. Δυνάμεις του 10

Με τις **δυνάμεις του 10** μπορούμε να γράψουμε **μεγάλους αριθμούς**.

Κάθε δύναμη του 10 ισούται με τον αριθμό 1 και τόσα μηδενικά όσα και ο εκθέτης της δύναμης.

Παραδείγματα:



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

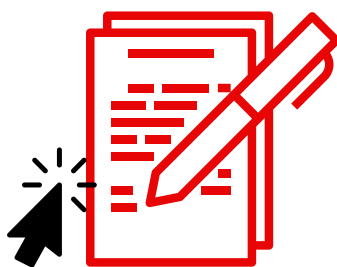
$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^3 = 1.000$$

$$9 \times 10^2 = 9 \times 100 = 900$$



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



ONLINE TEST



19. Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα

Κλασματική μονάδα είναι το κλάσμα που εκφράζει το ένα από τα ίσα κομμάτια στα οποία έχω χωρίσει μια ποσότητα **π.χ.**

είναι το 1 από τα 7 $:\frac{1}{7}$



ΟΡΟΙ ΣΕ ΚΑΘΕ ΚΛΑΣΜΑ:

$$\frac{3}{9}$$

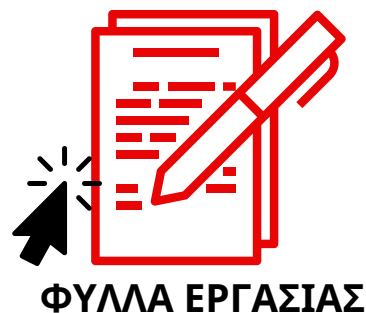
Αριθμητής
Κλασματική γραμμή
Παρονομαστής



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- Ο αριθμητής δείχνει πόσα κομμάτια παίρνουμε.
- Ο παρονομαστής δείχνει σε πόσα ίσα κομμάτια έχουμε χωρίσει μια ποσότητα.
- Κλάσματα με **ίδιο παρονομαστή** ονομάζονται **ομώνυμα**.
- Κλάσματα με **διαφορετικό παρονομαστή** ονομάζονται **ετερόνυμα**.
- Αν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι μικρότερο από το 1.
- Αν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι ίσο με 1.
- Αν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από 1 και ονομάζεται **καταχρηστικό**.
- Ένας αριθμός που αποτελείται από έναν ακέραιο αριθμό και ένα κλάσμα λέγεται **μεικτός αριθμός**.

π.χ.: $6\frac{2}{3}$





20. Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκο διαίρεσης

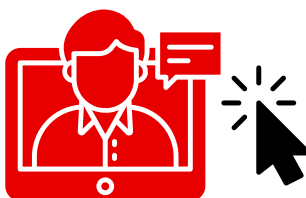


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Κάθε κλάσμα εκφράζει το πηλίκο μιας διαίρεσης **π.χ.** : $\frac{5}{9} = 5 : 9$

Τα κλάσματα με παρονομαστή 10, 100, 1.000 ονομάζονται **δεκαδικά κλάσματα**.

Μπορούμε να γράψουμε τους δεκαδικούς αριθμούς ως δεκαδικά κλάσματα αλλά και ως κλάσματα γενικά **π.χ.** : $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$



Παράδειγμα:

Έχουμε το κλάσμα $\frac{3}{15}$ και θέλουμε να το μετατρέψουμε σε δεκαδικό αριθμό. Θα κάνουμε την διαίρεση κάθετα και το πηλίκο που θα προκύψει είναι ο δεκαδικός αριθμός που αντιστοιχεί στο κλάσμα.

Δηλαδή:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 15 \\ -30 & 0,2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Τελικά $\frac{3}{15} = 0,2$





21. Ισοδύναμα κλάσματα

- **Ισοδύναμα** λέγονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας ποσότητας, δηλαδή έχουν την ίδια αξία.
- Για να ελέγξουμε αν δυο κλάσματα είναι ισοδύναμα εφαρμόζουμε τη μέθοδο **«χιαστί»**, δηλαδή πολλαπλασιάζουμε σταυρωτά τους όρους των δύο κλασμάτων. Αν τα γινόμενα βγουν ίσα τότε τα κλάσματα είναι ισοδύναμα.

π.χ. : $\frac{3}{5}$ και $\frac{9}{15}$

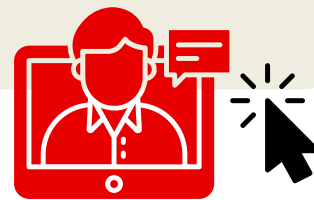
Παίρνουμε 3×15 και 5×9 δηλαδή 45 και 45, άρα τα κλάσματα είναι ισοδύναμα.

π.χ. : $\frac{7}{11}$ και $\frac{8}{12}$

Παίρνουμε 7×12 και 8×11 δηλαδή 84 και 88 άρα τα κλάσματα δεν είναι ισοδύναμα.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

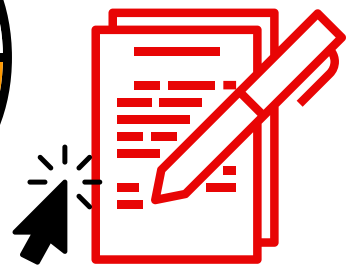
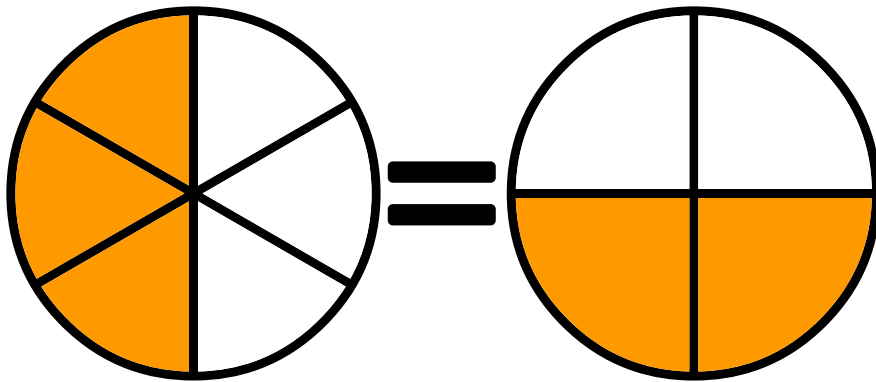
- **Απλοποίηση** είναι η διαδικασία κατά την οποία **«μικραίνουμε»** τους όρους του κλάσματος χωρίς να αλλάξουμε την ποσότητα που εκφράζει, την αξία του.
- Ένα κλάσμα που δεν απλοποιείται ονομάζεται **ανάγωγο κλάσμα**.
- Για να απλοποιήσουμε ένα κλάσμα αρκεί να **διαιρέσουμε αριθμητή και παρονομαστή με τον Μ.Κ.Δ. τους**.

Παραδείγματα:

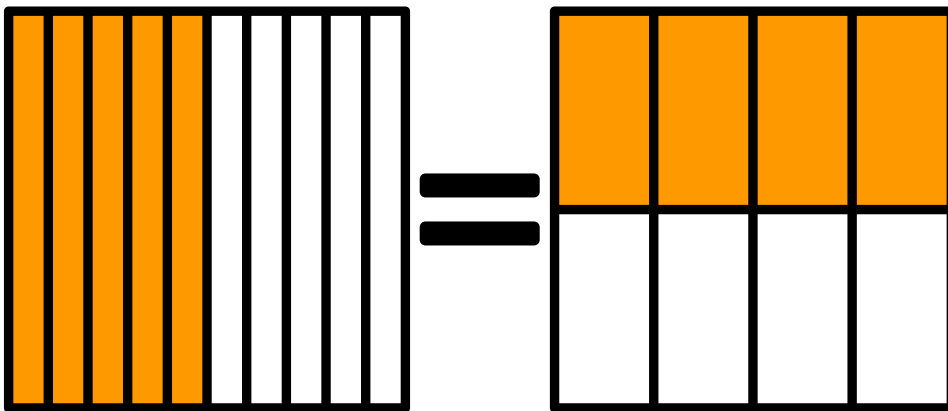
1. Έχουμε το $\frac{16}{24}$ και θέλουμε να το κάνουμε ανάγωγο. Ψάχνουμε τον Μ.Κ.Δ των 16,24 ο οποίος είναι το 8. Οπότε πλέον το κλάσμα γίνεται:

$$\frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3}$$

2. Έχουμε το $\frac{26}{27}$ και θέλουμε να το κάνουμε ανάγωγο. Ψάχνουμε τον Μ.Κ.Δ. των 26,27 ο οποίος είναι το 1. Οπότε καταλήγουμε ότι το κλάσμα είναι ήδη ανάγωγο.



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



ONLINE TEST





22. Σύγκριση - Διάταξη κλασμάτων



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

- Όταν συγκρίνουμε ομώνυμα κλάσματα, μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μεγαλύτερο αριθμητή.
- Όταν συγκρίνουμε κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μικρότερο παρονομαστή.
- Όταν συγκρίνουμε κλάσματα που δεν είναι ούτε ομώνυμα ούτε έχουν τον ίδιο αριθμητή, πρέπει να τα κάνουμε ομώνυμα και να τα συγκρίνουμε μετά.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Παραδείγματα:

1. $\frac{7}{10}$ και $\frac{9}{10}$, μεγαλύτερο είναι το $\frac{9}{10}$ (έχουμε ομώνυμα κλάσματα άρα μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μεγαλύτερο αριθμητή).
2. $\frac{1}{4}$ και $\frac{1}{6}$, μεγαλύτερο είναι το $\frac{1}{4}$ (έχουμε κλάσματα με ίδιο αριθμητή άρα μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μικρότερο παρονομαστή).
3. $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{5}$, δεν μπορούμε να πούμε απευθείας ποιο είναι μεγαλύτερο, πρέπει να τα κάνουμε ομώνυμα. (Βρίσκουμε και πολλαπλασιάζουμε με το Ε.Κ.Π. των 3,5) και έχουμε $\frac{10}{15}$ και $\frac{9}{15}$ άρα μεγαλύτερο είναι το $\frac{2}{3}$.





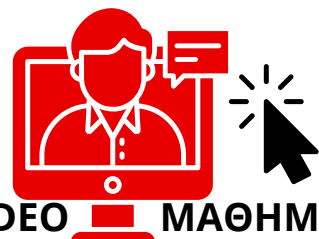
23. Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Για να προσθέσουμε κλάσματα:

- Αν είναι ομώνυμα κρατάμε τον ίδιο παρονομαστή και προσθέτουμε τους αριθμητές.
- Αν είναι ετερόνυμα πρέπει πρώτα να τα κάνουμε ομώνυμα και μετά να κάνουμε την πρόσθεση.



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Για να αφαιρέσουμε κλάσματα:

- Αν είναι ομώνυμα κρατάμε τον ίδιο παρονομαστή και αφαιρούμε τους αριθμητές.
- Αν είναι ετερόνυμα πρέπει πρώτα να τα κάνουμε ομώνυμα και μετά να κάνουμε την αφαίρεση.

Όταν έχουμε μεικτούς αριθμούς, συνήθως είναι βολικό να τους μετατρέψουμε σε κλάσματα και στη συνέχεια να τους προσθέσουμε/ αφαιρέσουμε.

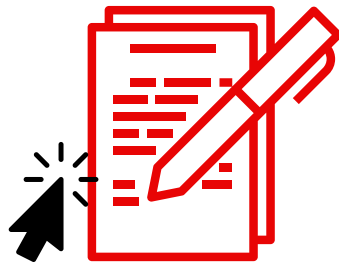


Παραδείγματα:

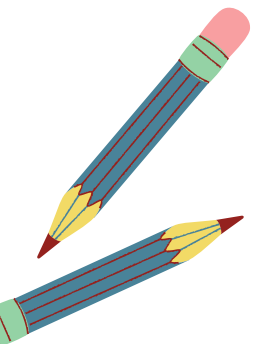
$$\frac{1}{10} + \frac{8}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{21} = \frac{9}{21} - \frac{1}{21} = \frac{8}{21}$$



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



Πώς κάνουμε έναν μεικτό αριθμό κλάσμα και το αντίστροφο:

$\frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$ (κάνουμε την διαίρεση, το πηλίκο είναι το ακέραιο μέρος του μεικτού αριθμού και το υπόλοιπο ο αριθμητής του μεικτού κλάσματος).

$4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ (πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο με τον παρονομαστή και σε ότι βρούμε προσθέτουμε τον αριθμητή, το αποτέλεσμα αυτής της πράξης είναι ο αριθμητής του καταχρηστικού μας κλάσματος και ο παρονομαστής παραμένει ίδιος).





24. Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Για να πολλαπλασιάσουμε δυο κλάσματα αρκεί να **πολλαπλασιάσουμε** τους αριθμητές μεταξύ τους και τους παρονομαστές μεταξύ τους.

Για να διαιρέσουμε δυο κλάσματα αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Αντιστρέφουμε ένα κλάσμα σημαίνει ότι γράφουμε τον αριθμητή ως παρονομαστή και τον παρονομαστή ως αριθμητή.

$$\frac{4}{6} \text{ αντίστροφος : } \frac{6}{4}$$

$$\frac{1}{3} \text{ αντίστροφος : } 3$$

Όταν ψάχνουμε ένα μέρος του συνόλου αρκεί να πολλαπλασιάσουμε με το κατάλληλο κλάσμα, που εκφράζει το μέρος:

Ψάχνουμε το $\frac{1}{4}$ του 300 σημαίνει :

$$\frac{1}{4} \times 300 = \frac{1}{4} \times \frac{300}{1} = \frac{300}{4} = 75$$



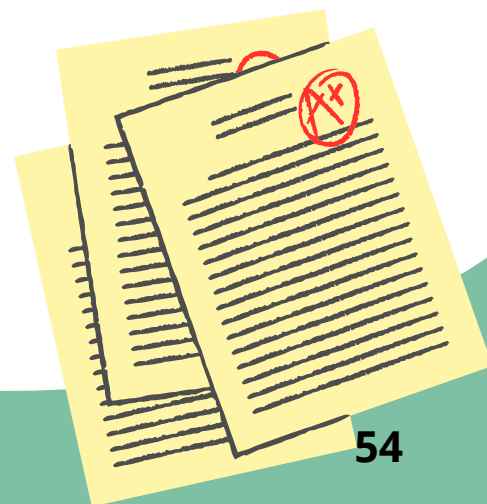
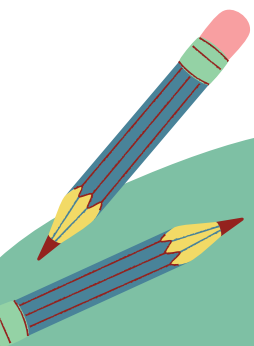
Παραδείγματα:

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{7 \times 3} = \frac{8}{21}$$

$$\frac{1}{5} : 3 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{9} : \frac{1}{4} = \frac{2}{9} \times 4 = \frac{2}{9} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{9}$$



2



25. Η έννοια της μεταβλητής

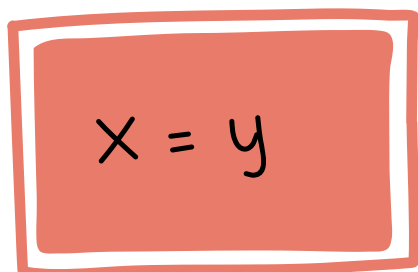
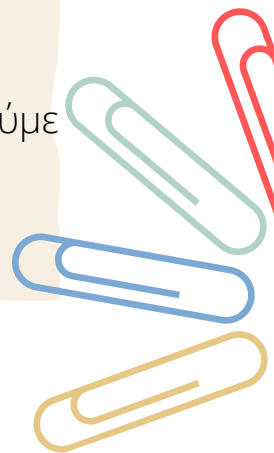
Μια παράσταση μπορεί να περιλαμβάνει πέρα από **αριθμούς** και **πράξεις** και κάποια **γράμματα**.



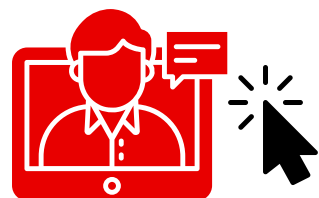
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Τα γράμματα ή τα σύμβολα που χρησιμοποιούμε στη θέση μιας άγνωστης ποσότητας ονομάζονται **μεταβλητές**.

Για να αναπαραστήσουμε μια μεταβλητή συνήθως αξιοποιούμε **πεζά γράμματα**. π.χ. : α, γ, x, y, λ, κοκ.



ONLINE TEST



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



26. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Εξίσωση ονομάζεται μια ισότητα που περιλαμβάνει μια μεταβλητή (έναν άγνωστο) και διάφορες πράξεις.

Σκοπός μας κάθε φορά είναι να λύσουμε την εξίσωση, δηλαδή να βρούμε την τιμή της άγνωστης μεταβλητής.

Λύση της εξίσωσης είναι ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση.

Αν σε μια εξίσωση ο άγνωστος είναι προσθετός για να τον βρούμε αρκεί να αφαιρέσουμε από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

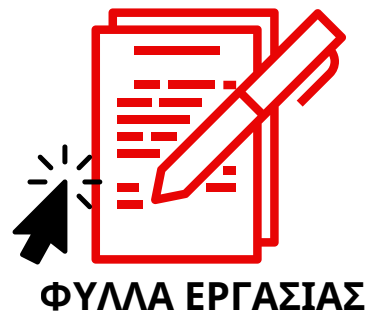
Παραδείγματα:

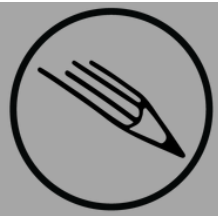
$7+x=20$ τότε $x=20-7$ δηλαδή $x=13$

$x+3=14$ τότε $x=14-3$ δηλαδή $x=11$

$9+x=9$ τότε $x=9-9$ δηλαδή $x=0$

$x+0=20$ τότε $x=20-0$ δηλαδή $x=20$





Ενότητα 2η - Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ



27. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Αν ο άγνωστος είναι **μειωτέος** τότε προσθέτουμε στην διαφορά τον αφαιρετέο.

Αν ο άγνωστος είναι **αφαιρετέος** τότε αφαιρούμε από την διαφορά τον μειωτέο.

Παραδείγματα:

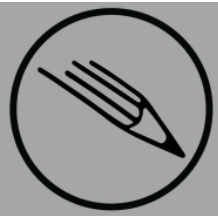


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

$$x-10=30 \text{ τότε } x=30+10 \text{ άρα } x=40$$

$$20-x=3 \text{ τότε } x=20-3 \text{ άρα } x=17$$





28. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας σε γινόμενο, αρκεί να διαιρέσουμε το γινόμενο με τον γνωστό παράγοντα.

Παραδείγματα:

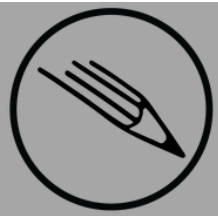
$$3 \times x = 27 \text{ δηλαδή } x = 27 : 3 \text{ άρα } x = 9$$

$$x \times 11 = 90 \text{ δηλαδή } x = 90 : 11 \text{ άρα } x = \frac{90}{11}$$



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ





29. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης

Όταν ο άγνωστος είναι **διαιρετέος** αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το **πηλίκο** με τον **διαιρέτη**.

Όταν ο άγνωστος είναι **διαιρέτης** αρκεί να διαιρέσουμε τον διαιρετέο με το πηλίκο.

Παραδείγματα:

$$x:6=10 \text{ δηλαδή } x=10 \times 6 \text{ άρα } x=60$$

$$60:x=12 \text{ δηλαδή } x=60:12 \text{ άρα } x=5$$



3



30. Λόγος δύο μεγεθών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Χρησιμοποιώντας ένα κλάσμα μπορούμε να περιγράψουμε τη σχέση μιας ποσότητας προς μία άλλη. Αυτό το κλάσμα ονομάζουμε **λόγο δύο ποσών**.

Αν έχουμε λόγους ίσους μεταξύ τους τότε έχουμε μια **αναλογία**.

Για να ελέγξουμε αν δυο λόγοι είναι ίσοι, δηλαδή αν έχουμε αναλογία, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο «**χιαστί**» που μάθαμε στα κλάσματα.

Παραδείγματα:



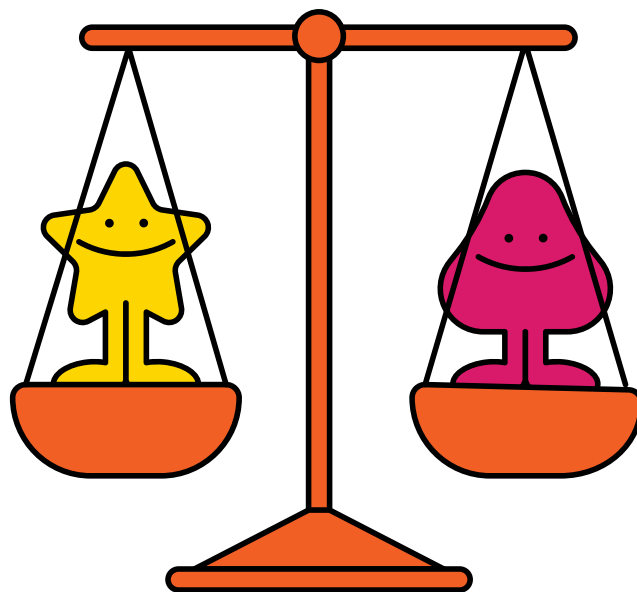
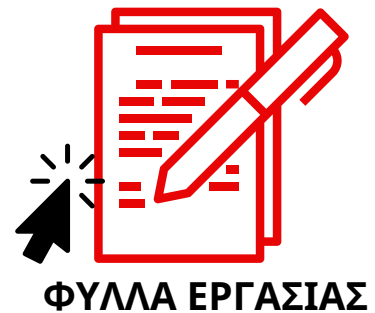
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

1. Εκφράζουν ίσο λόγο τα κλάσματα $\frac{2}{7}$ και $\frac{3}{8}$;

Αρκεί να βρούμε τα «χιαστί» γινόμενα 2×8 και 3×7 , δηλαδή 16 και 21. Αφού δεν είναι ίσα δεν ισχύει η ισότητα των λόγων, άρα δεν έχουμε αναλογία.

2. Το ίδιο για τους λόγους $\frac{2}{6}$ και $\frac{3}{9}$:

2×9 και 3×6 δηλαδή 18 και 18. Είναι ίσα τα γινόμενα, άρα έχουμε αναλογία.





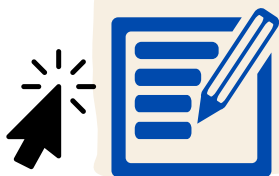
31. Από τους λόγους στις αναλογίες

Σε κάθε αναλογία ο ένας λόγος προκύπτει από τον άλλον όταν οι όροι του λόγου **πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν** με τον ίδιο αριθμό.



VIDEO  ΜΑΘΗΜΑ

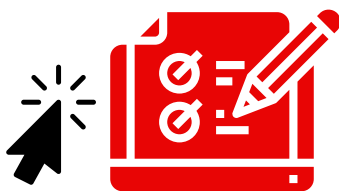
Πέρα από τη μέθοδο «χιαστί» γινομένων, μπορούμε να βρίσκουμε το πηλίκο των λόγων, κι αν αυτό βγαίνει ίσο, **τότε έχουμε αναλογία**.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παραδείγματα:

- $\frac{3}{6}$ και $\frac{25}{50}$, χρησιμοποιούμε την μέθοδο «χιαστί» και παίρνουμε 150 και 150 άρα έχουμε αναλογία.
- Εξετάζουμε αν ίσοι οι λόγοι $\frac{6}{2}$ και $\frac{15}{5}$, παρατηρούμε ότι το πρώτο πηλίκο είναι 3 όπως και το δεύτερο. Άρα έχουμε ίσους λόγους, δηλαδή αναλογία.



ONLINE  TEST



32. Αναλογίες

Όταν έχουμε αναλογία τα «**χιαστί**» γινόμενα είναι **ίσα**.

Όταν έχουμε αναλογία τα **πηλίκα** είναι **ίσα**.

Για να βρούμε τον άγνωστο όρο μιας αναλογίας αρκεί να βρούμε τον αριθμό που βγάζει ίσα «χιαστί» γινόμενα ή ίσα πηλίκα.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Παραδείγματα:



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

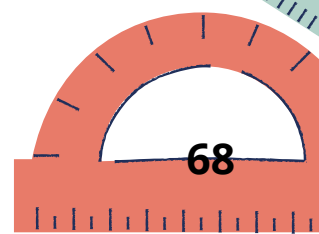
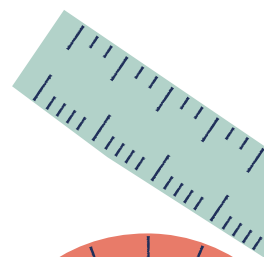
$$\frac{4}{7} = \frac{x}{14} \rightarrow 4 \times 14 = 7 \times x \rightarrow 7x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{7} \rightarrow x = 8$$
$$\frac{2}{x} = \frac{10}{15} \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x = 3$$



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



ONLINE TEST





33. Σταθερά και μεταβλητά ποσά

Ποσό είναι μια ποσότητα που μπορούμε να μετρήσουμε και να την περιγράψουμε με έναν αριθμό.

Σταθερά είναι τα ποσά που μένουν πάντα ίδια.

Μεταβλητά είναι τα ποσά που η τιμή τους αλλάζει σε σχέση με κάποιο άλλο ποσό ή κατάσταση.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

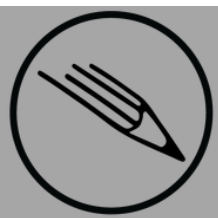
Παραδείγματα:



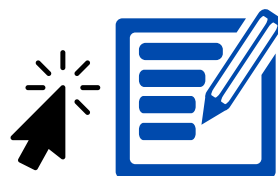
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

1. Τα αισθήματα δεν είναι ποσά γιατί δεν μπορούμε να τα μετρήσουμε με αριθμό (χαρά, ζήλια, θυμός, κλπ.).
2. Οι ημέρες που έχει ο Γενάρης είναι ποσό και συγκεκριμένα σταθερό.
3. Τα χρήματα που έχουμε στο πορτοφόλι μας είναι ποσό και συγκεκριμένα μεταβλητό.





34. Ανάλογα ποσά



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ανάλογα ποσά ονομάζουμε αυτά που συνδέονται με μία σχέση τέτοια ώστε όσες φορές μεγαλώνει ή μικραίνει το ένα, το ίδιο να συμβαίνει και στο άλλο.

Στα ανάλογα ποσά οι λόγοι είναι πάντα σταθεροί.

Κάποια μεγέθη μεταβάλλονται σε σχέση με κάποια άλλα όμως όχι με τον ίδιο τρόπο, δηλαδή δεν είναι ανάλογα (π.χ. η μάζα ενός ατόμου σε σχέση με την ηλικία του).



Παράδειγμα:



Στον πίνακα βλέπουμε ανάλογα ποσά γιατί το κάθε ζευγαράκι αριθμών προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε το προηγούμενο με κάποιον αριθμό.

Ποσό Α	10	5	70	20	2	1	25	9	100
Ποσό Β	30	15	210	60	6	3	75	27	300





35. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά

Μπορούμε να αξιοποιήσουμε **δύο τρόπους** για να λύσουμε ένα πρόβλημα με ανάλογα ποσά.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Με την **μέθοδο αναγωγής στην μονάδα**: βρίσκουμε πρώτα την τιμή για το ένα (κάνοντας διαίρεση) και στη συνέχεια βρίσκουμε την τιμή για τα πολλά (κάνοντας πολλαπλασιασμό).

Με τη **μέθοδο των αναλογιών**: σχηματίζουμε πίνακα ανάλογων ποσών και ψάχνουμε τον άγνωστο όρο που λείπει.

Παράδειγμα:



Ένα αεροπλάνο σε 3 ώρες διανύει 720 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα θα διανύσει σε 5 ώρες;



1. Λύση με αναγωγή στη μονάδα:

Στις 3 ώρες διανύει 720 χιλιόμετρα.
Στη 1 ώρα διανύει $720:3=240$ χιλιόμετρα.
Στις 5 ώρες διανύει $5 \times 240=1.200$ χιλιόμετρα.



2. Λύση με πίνακα ανάλογων ποσών:

ώρες	Χιλιόμετρα
3	720
5	x

$$3x = 5 \times 720$$

Παίρνουμε: $3x = 3600$

$$x = 3600 : 3$$

$$x = 1200 \text{ χιλιόμετρα}$$





36. Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά ονομάζουμε τα ποσά στα οποία όταν το ένα πολλαπλασιάζεται με έναν αριθμό, το άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.

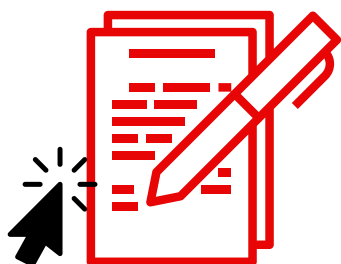
Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά, όσο αυξάνεται μία ποσότητα τόσο μειώνεται η άλλη.





Παράδειγμα:

Αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι οι εργάτες και ο χρόνος εκτέλεσης ενός έργου ή η ταχύτητα σε σχέση με τον χρόνο κάλυψης μιας απόστασης κλπ.



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



37. Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Μπορούμε να αξιοποιήσω δύο τρόπους για να λύσουμε προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά:

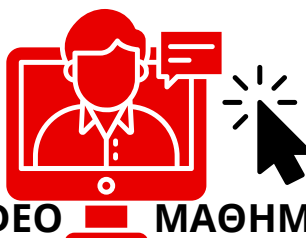
1. Με την αναγωγή στη μονάδα
2. Με πίνακα αντιστρόφων ποσών



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Έχει μεγάλη σημασία να καταλάβουμε πότε τα ποσά που περιγράφονται στο πρόβλημα είναι αντιστρόφως ανάλογα. Τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά εμφανίζονται όταν έχουμε μια **σταθερή ποσότητα** η οποία **μοιράζεται σε μέρη**.

Γενικά αν παρατηρήσουμε ότι η αύξηση μιας ποσότητας οδηγεί στη μείωση της άλλης, τότε έχουμε αντίστροφα ποσά.



Παράδειγμα:



Οι 5 εργάτες ολοκληρώνουν ένα έργο σε 45 μέρες. Πόσες μέρες χρειάζονται 9 εργάτες για το ίδιο έργο;

Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα γιατί η ποσότητα των έργων (ένα έργο) μένει σταθερή και πρέπει να την μοιράσουμε σε διαφορετικό πλήθος ημερών/ εργατών.

1. Λύση με αναγωγή:

Οι 5 εργάτες ολοκληρώνουν το έργο σε 45 μέρες.

Ο 1 εργάτης ολοκληρώνει το έργο σε $5 \times 45 = 225$ μέρες.

Οι 9 εργάτες ολοκληρώνουν το έργο σε $225 : 9 = 25$ μέρες.

2. Λύση με πίνακα:

Εργάτες	Μέρες
5	45
9	x

Παίρνουμε $9x = 45 \times 5$ δηλαδή $9x = 225$ άρα $x = 25$ μέρες



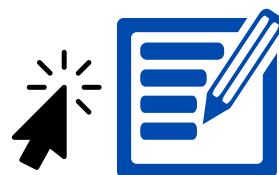
ONLINE TEST





38. Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

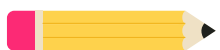
Για να λύσουμε ένα πρόβλημα με την απλή μέθοδο των τριών πρέπει να ακολουθήσουμε **τρία** βήματα:



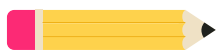
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ



Κάνουμε κατάταξη, δηλαδή γράφουμε τις ποσότητες του ίδιου είδους την μία κάτω από την άλλη.



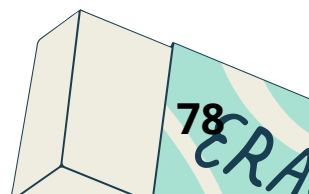
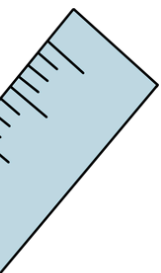
Συγκρίνουμε τα ποσά, δηλαδή εξετάζουμε αν είναι ανάλογα.



Λύνουμε και βρίσκουμε τον όρο που λείπει.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Παράδειγμα:

Από 100 κιλά ελιάς βγάζουμε 60 κιλά λάδι. Πόσα κιλά ελιάς χρειαζομαι για να βγάλω 100 κιλά λάδι;



100 κιλά ελιάς

60 κιλά λάδι

x κιλά ελιάς

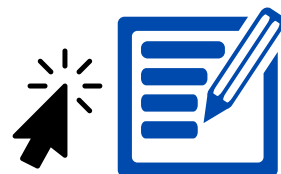
100 κιλά λάδι

$$x = 100 \times \frac{100}{60} = \frac{10000}{60} = \frac{500}{3}$$





39. Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μπορούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα με **αντίστροφα ποσά** αξιοποιώντας την απλή μέθοδο των τριών. Πρέπει όμως να προσέχουμε τι κλάσμα φτιάχνουμε στην λύση!

Κάθε φορά που λύνουμε ένα πρόβλημα (με οποιαδήποτε μέθοδο) φροντίζουμε να ελέγχουμε το **αποτέλεσμα** και να επιβεβαιώνουμε ότι εκφράζει μια **λογική απάντηση**.



Παράδειγμα:



1. Όταν τρέχω με 9 χιλιόμετρα/ώρα καλύπτω μια απόσταση σε 5 ώρες. Σε πόσες ώρες θα καλύψω την ίδια απόσταση αν τρέξω με 3 χιλιόμετρα/ώρα;

9 χιλιόμετρα/ώρα

5 ώρες

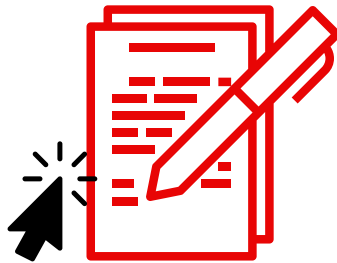


3 χιλιόμετρα/ώρα

x ώρες

$$x = 5 \times \frac{9}{3} = 5 \times 3 = 15 \text{ ώρες}$$

Εδώ παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα είναι λογικό, αφού μειώνεται η ταχύτητα είναι αναμενόμενο να αυξηθεί ο χρόνος που χρειαζόμαστε για να διανύσουμε την ίδια απόσταση.



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



40. Εκτιμώ το ποσοστό



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

- Όταν μιλάμε για το ποσοστό μιας ποσότητας αναφερόμαστε σε ένα μέρος (κομμάτι) της.
- **Το ποσοστό εκφράζει ένα κλάσμα μιας ποσότητας.**
- Όταν μετατρέψουμε το ποσοστό/κλάσμα σε κλάσμα με παρονομαστή το 100 τότε έχουμε ένα ποσοστό στα εκατό (ή επί τοις εκατό) και το συμβολίζουμε με %.
- Χρησιμοποιούμε την έννοια του ποσοστού γιατί είναι πολύ διαδεδομένη και εύκολα κατανοητή έννοια.
- Αν χρειαστεί να διαχειριστούμε μικρές ποσότητες από πολύ μεγάλα ποσά χρησιμοποιούμε το ποσοστό στα χίλια και το συμβολίζουμε με ‰.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



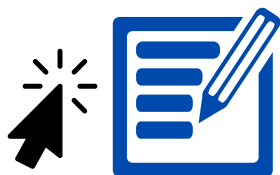
ONLINE TEST



41. Βρίσκω το ποσοστό

Το ποσοστό είναι ισοδύναμο με ένα **δεκαδικό κλάσμα** και έναν **δεκαδικό αριθμό**.

Όταν ψάχνουμε το ποσοστό μιας ποσότητας πρακτικά πρέπει να βρούμε ένα μέρος/ένα κομμάτι της ποσότητας αυτής.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

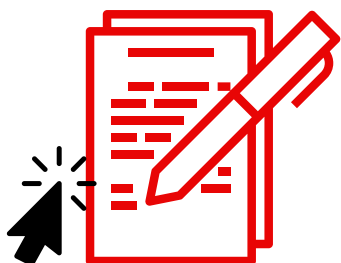
Παράδειγμα:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

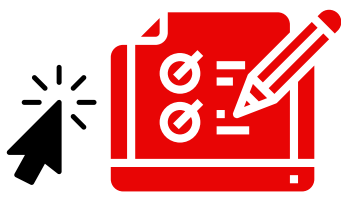
$$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

Αν ψάχνουμε το **35%** του **300** αρκεί να βρούμε: $\frac{35}{100} \times 300 = \frac{10500}{100} = 105$

Αν ψάχνουμε το **7%** του **20** αρκεί να βρούμε: $\frac{7}{100} \times 20 = \frac{140}{100} = 1,4$



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



ONLINE TEST



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ





“

**42. Λύνω προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω την τελική τιμή**

”

Όλα τα προβλήματα με ποσοστά λύνονται όπως τα προβλήματα με ανάλογα ποσά. Δηλαδή μπορούμε να **αξιοποιήσουμε** όποια **μέθοδο** μας **βολεύει** περισσότερο

Συνήθως στα προβλήματα με **ποσοστά** η πιο αποτελεσματική μέθοδος είναι η **απλή μέθοδος των τριών**.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Όταν μας ζητάνε την **τελική τιμή** πρέπει να προσέχουμε να απαντάμε ακριβώς στο ερώτημα και να μην βρίσκουμε μόνο το ποσό της αύξησης ή της μείωσης μιας ποσότητας.



VIDEO  ΜΑΘΗΜΑ



Παράδειγμα:

Ο πληθυσμός μια πόλης ήταν 3.500 και αυξήθηκε κατά 10%. Ποιος είναι ο νέος πληθυσμός της πόλης;



Από 100 Αυξήθηκε 10

Από 3.500 Αυξήθηκε x

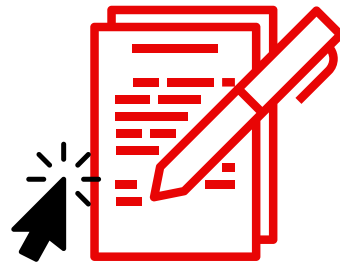
$$x = 10 \times \frac{3500}{100} = 10 \times 35 = 350 \text{ αύξηση}$$



Άρα ο νέος πληθυσμός είναι $3.500 + 350 = 3.850$ κάτοικοι.



ONLINE TEST



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



“
**43. Λύνω προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω την αρχική τιμή**
”

Παράδειγμα:

Σε ένα κατάστημα με ηλεκτρικά είδη πουλάνε μια τηλεόραση με κέρδος 20%. Αν τελικά πουλήθηκε 240€, πόσο κόστιζε αρχικά;



Εδώ καταλαβαίνουμε ότι κέρδος 20% σημαίνει αύξηση 20 στα εκατό, δηλαδή από 100 φτάνουμε στα 120.

Από 100

Αυξήθηκε στα 120

Από x

Αυξήθηκε στα 240

$120x = 100 \times 240$ δηλαδή $x = 200$ αρχική τιμή



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**





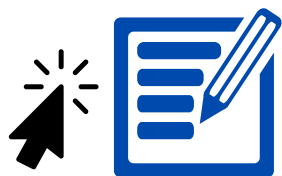
44. Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό

”

Όταν γνωρίζουμε την αρχική και την τελική τιμή μιας ποσότητας μπορούμε πάντα να βρούμε το ποσοστό.

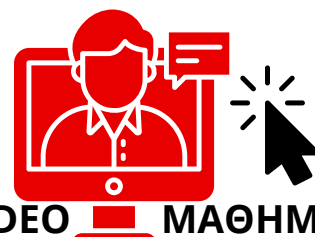
Ο πιο απλός τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε την απλή μέθοδο των τριών.

Κάθε φορά πρέπει να προσέχουμε την κατάταξη των τιμών μας, δηλαδή η αρχική τιμή να είναι κάτω από την αρχική και η τελική τιμή αντίστοιχα.



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

Παραδείγματα:



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

1. Ο μισθός μου από 1.230 € αυξήθηκε στα 1.350 €. Ποιο είναι το ποσοστό της αύξησης;

Παρατηρούμε ότι η αύξηση είναι $1350 - 1230 = 120$ €. Οπότε έχουμε:



Στα 1.230

Έχουμε αύξηση 120

Στα 100

Έχουμε αύξηση x

$$1230x = 100 \times 120 \text{ δηλαδή } x = \frac{100 \times 120}{1230} \text{ άρα } x = 9,75, \text{ οπότε έχω αύξηση } 9,75\%$$

2. Τα εισοδήματα της οικογένειας μειώθηκαν από 2.500€ σε 2.000€. Ποιο είναι το ποσοστό της μείωσης;



Από 2500	έχουμε 2000
Από 100	έχουμε χ

$2500\chi = 100 \times 2000$ δηλαδή $\chi = 200.000 : 2500$

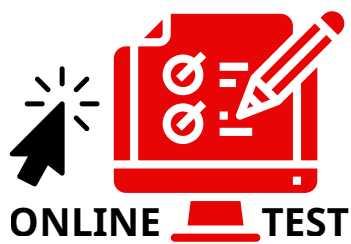
Άρα $\chi = 80$ οπότε έχουμε μείωση $100 - 80 = 20\%$

Αλλιώς θα μπορούσαμε να πούμε ότι το εισόδημα μειώθηκε $2.500 - 2.000 = 500\text{€}$, οπότε να έχουμε:

Από 2500	έχουμε 500
Από 100	έχουμε χ

$2500\chi = 100 \times 500$ δηλαδή $\chi = 50.000 : 2500$

Άρα $\chi = 20$ οπότε έχουμε μείωση 20%



4



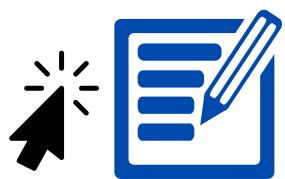
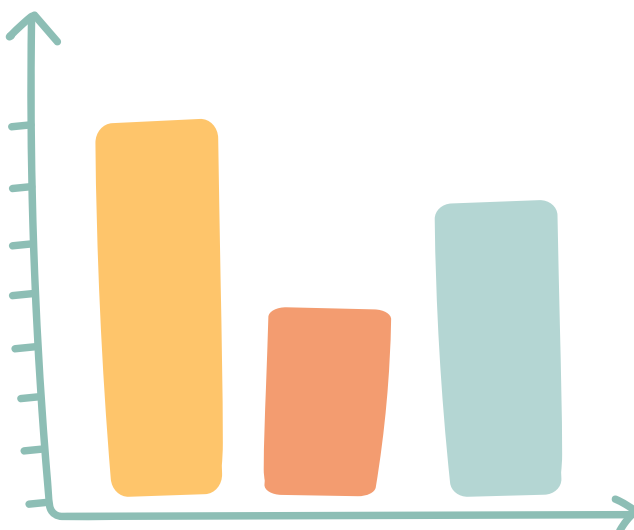
45. Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα

Οι γραφικές παραστάσεις μας βοηθούν να μελετήσουμε εύκολα και να παραστήσουμε γρήγορα πολλά δεδομένα.

- **Το ραβδόγραμμα** είναι ένα γράφημα που περιλαμβάνει ράβδους, με ύψος ανάλογο του πλήθους μιας τιμής των δεδομένων που έχουμε συλλέξει.
- **Το ραβδόγραμμα** έχει τίτλο, κάποια κλίμακα και πληροφορίες αρκετές ώστε να καταλάβουμε τι αναπαριστά.
- **Το εικονόγραμμα** είναι ένα άλλο είδος γραφήματος στο οποίο αξιοποιούμε εικόνες αντί για ράβδους.
- **Το εικονόγραμμα** δεν χρησιμοποιείται το ίδιο συχνά με το ραβδόγραμμα γιατί είναι πιο δύσκολο να το σχεδιάσουμε, να το επεξεργαστούμε και να το κατανοήσουμε.



Κατακόρυφο ραβδόγραμμα



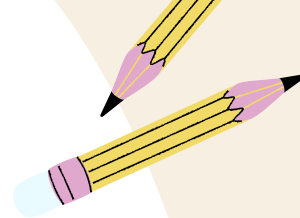
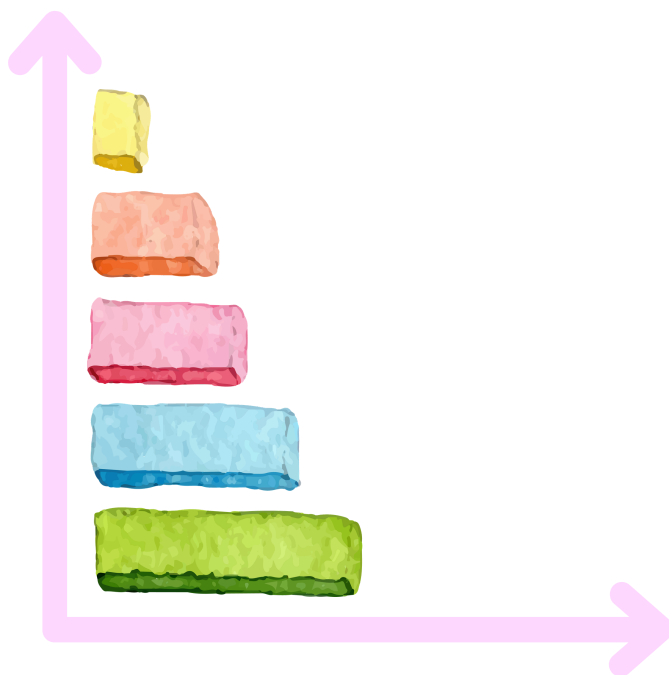
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



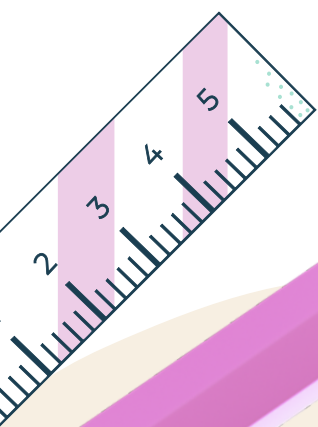
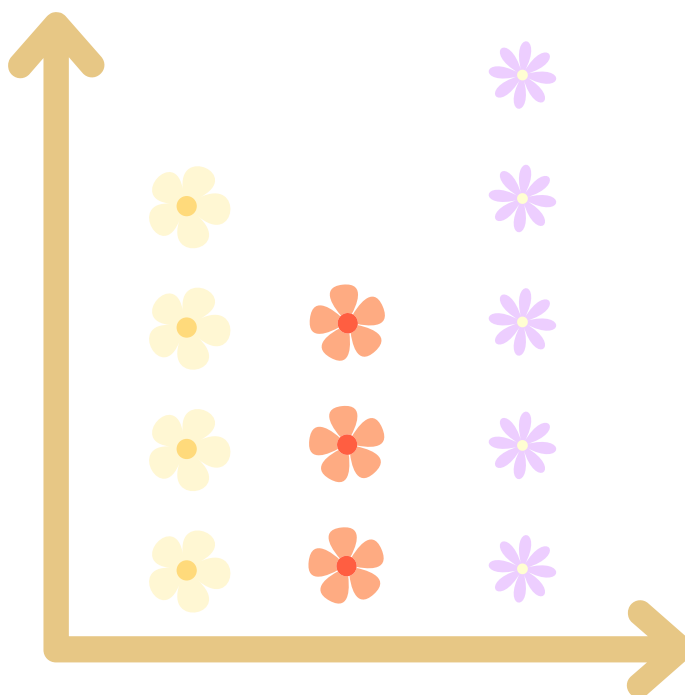
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



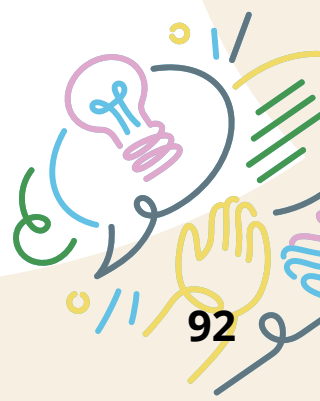
Οριζόντιο ραβδόγραμμα



Εικονόγραμμα



ONLINE TEST





46. Ταξινομώ δεδομένα-εξάγω συμπεράσματα



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ο πίνακας στον οποίο συγκεντρώνουμε όλα τα δεδομένα μιας έρευνας ονομάζεται **πίνακας συχνοτήτων**.

Ο πίνακας συχνοτήτων είναι πολύ **χρήσιμος** γιατί μας δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται μια τιμή και μας βοηθάει να κατασκευάσουμε πιο εύκολα ένα γράφημα.

Συχνότητα ονομάζουμε το πλήθος των φορών που εμφανίζεται μια τιμή στα δεδομένα μας, δηλαδή πόσο συχνά την συναντάμε.



Παράδειγμα:

Άθλημα	Ποδόσφαιρο	Μπάσκετ	Τένις
Απαντήσεις	10	7	1

Παραπάνω είναι ένας απλός πίνακας συχνοτήτων που φτιάξαμε μετά την έρευνά μας για το αγαπημένο άθλημα των μαθητών. Η συχνότητα του ποδοσφαίρου είναι 10, γιατί 10 μαθητές απάντησαν ποδόσφαιρο, του μπάσκετ είναι 7, και του τένις 1.





47. Άλλοι τύποι γραφημάτων



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

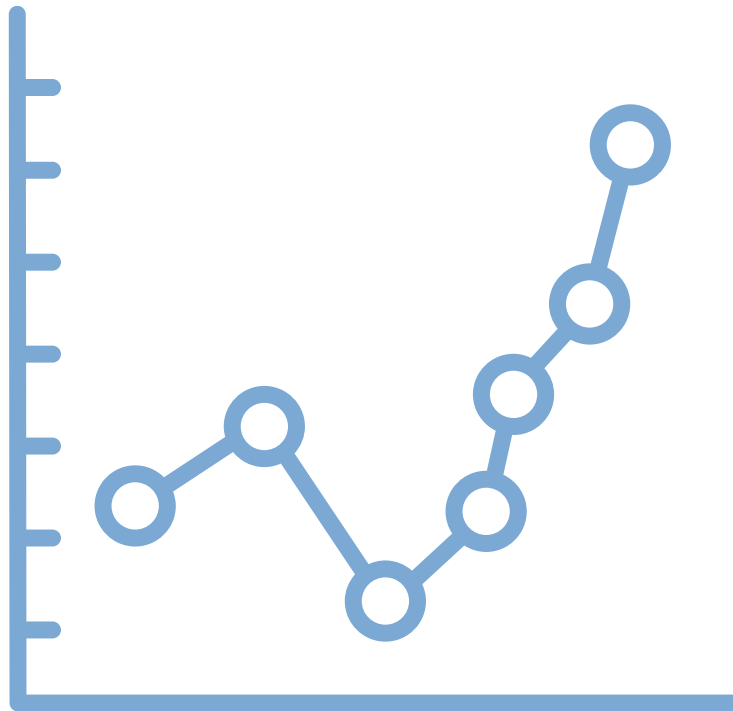
Υπάρχουν πολλά είδη γραφημάτων και κάθε φορά χρησιμοποιούμε αυτό που μας βολεύει καλύτερα.

Το γράφημα γραμμής ή **χρονόγραμμα** μας δείχνει πώς μεταβάλλεται μια ποσότητα στον χρόνο.

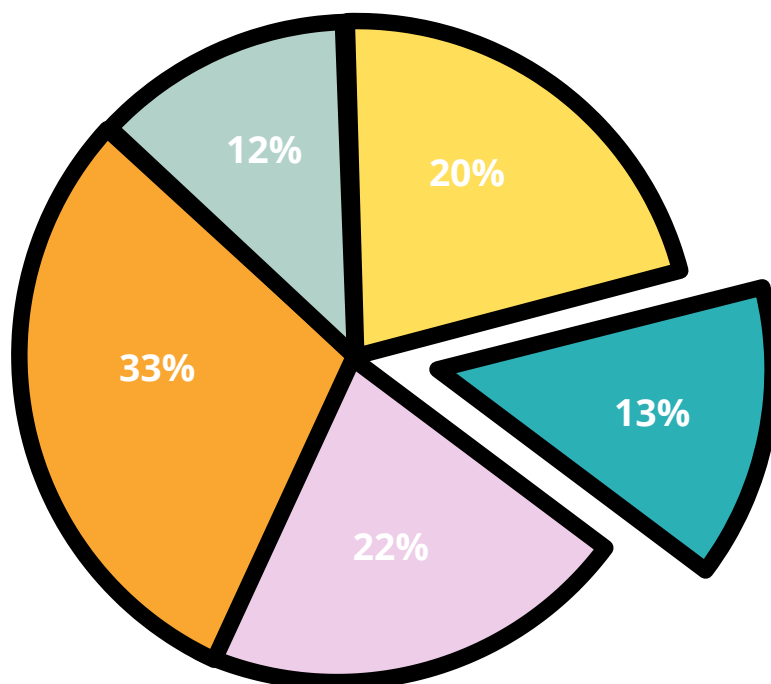
Το **κυκλικό διάγραμμα** είναι χρήσιμο όταν δεν έχουμε πολλές τιμές και μας βοηθάει να συγκρίνουμε το ποσοστό μιας ποσότητας σε σχέση με το σύνολο.



Χρονόγραμμα

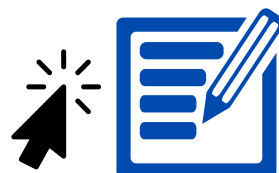


Κυκλικό διάγραμμα





48. Βρίσκω τον μέσο όρο



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Χρησιμοποιούμε τον **μέσο όρο** στη καθημερινή μας ζωή για να αποκτήσουμε μια γενική αίσθηση για ένα σύνολο από τιμές.

Συχνά αντί για μέσο όρο χρησιμοποιούμε την έκφραση **μέση τιμή**.

Για να βρούμε τον μέσο όρο 2 ή και παραπάνω αριθμών αρκεί να προσθέσουμε όλους τους αριθμούς και να διαιρέσουμε το άθροισμά τους με το πλήθος των αριθμών που προσθέσαμε.

Δηλαδή μέσος όρος αριθμών είναι το **πηλίκο της διαίρεσης** του αθροίσματος των αριθμών με το πλήθος των προσθετέων.





Παράδειγμα:

Οι τιμές θερμοκρασίας στην Αλεξανδρούπολη κάποιες μέρες του χειμώνα ήταν: 2,5,7,8,3 . Ποια είναι η μέση θερμοκρασία;

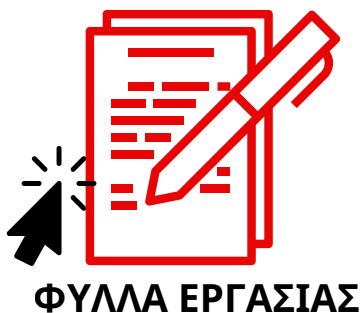


(Αφού ζητάει μέση θερμοκρασία, πρέπει να βρούμε τον μέσο όρο).

Πρώτα προσθέτουμε τους όρους: $2+5+7+8+3=25$

Διαιρούμε με το πλήθος των όρων: $25:5$

Άρα ο μέσος όρος είναι 5.



5



49. Μετρώ το μήκος



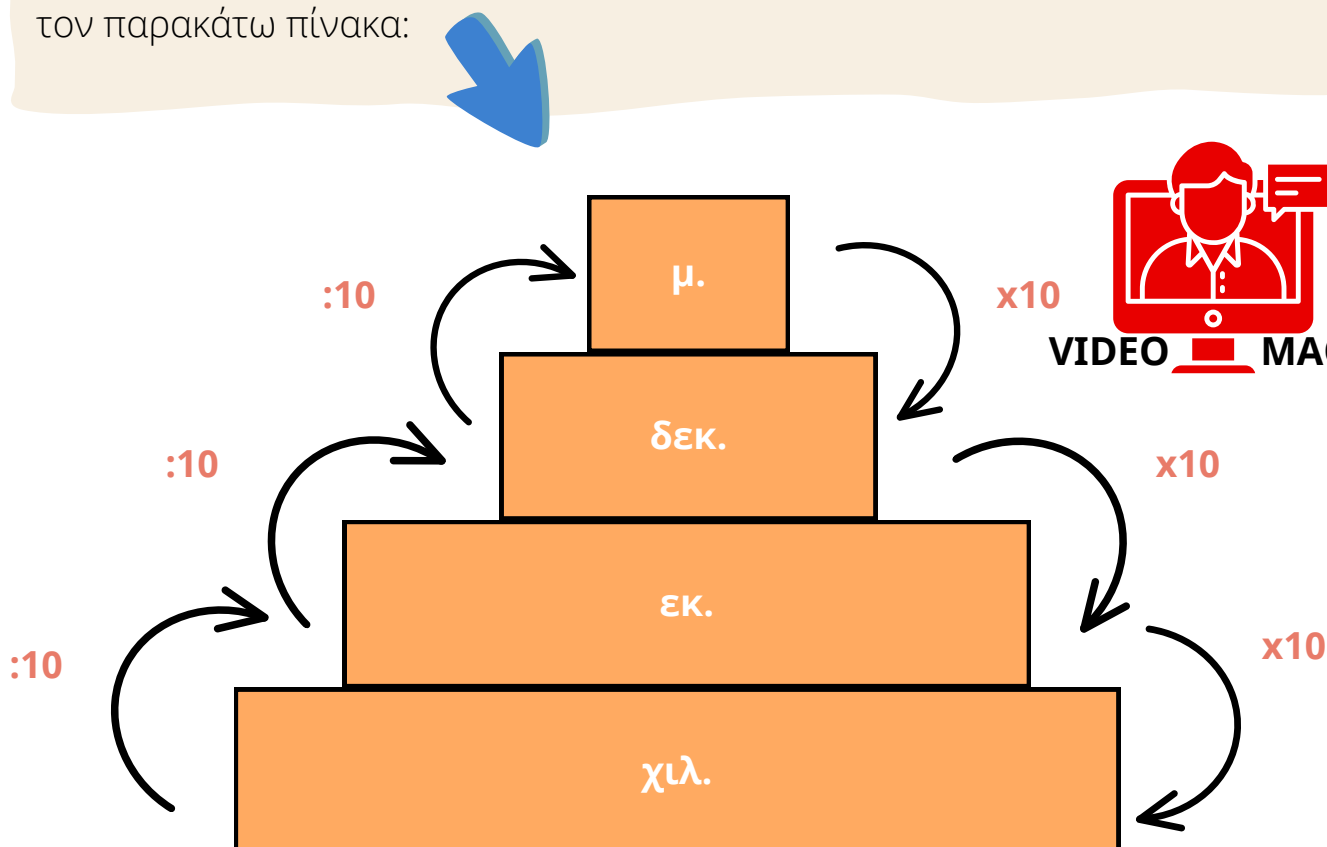
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

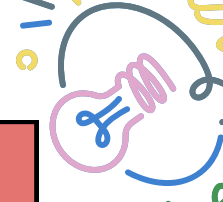
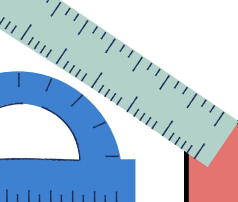
Βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο**.

Το μέτρο έχει **υποδιαιρέσεις** (δεκατόμετρα, εκατοστά, χιλιοστά) που τις χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε μικρότερα μήκη.

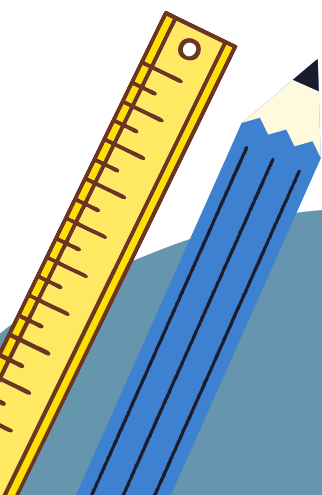
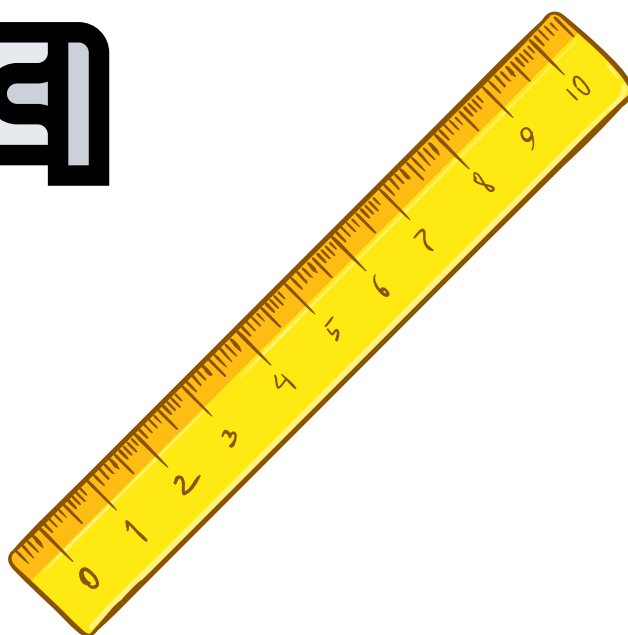
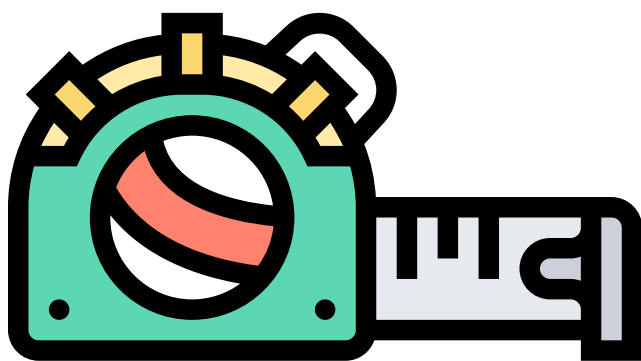
Το μέτρο έχει **πολλαπλάσια** (χιλιόμετρα) που τα χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε μεγάλες αποστάσεις.

Για να κάνουμε τις μετατροπές στην κατάλληλη μονάδα συμβουλευόμαστε τον παρακάτω πίνακα:





$1\chi\mu.=1.000\ \mu.$
 $1\mu.=10\delta\epsilon\kappa.=100\epsilon\kappa.=1.000\chi\iota\lambda.$

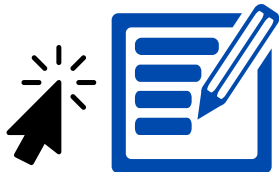




50. Μετρώ και λογαριάζω τα βάρη



Βασική μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το **κιλό**.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Για να μετρήσουμε αντικείμενα μικρής μάζας αξιοποιούμε την υποδιαίρεση του κιλού, **το γραμμάριο**.

Ένα κιλό έχει 1.000 γραμμάρια.

Για να μετρήσουμε αντικείμενα μεγαλύτερης μάζας αξιοποιούμε το πολλαπλάσιο του κιλού, **τον τόνο**.

Ένας τόνος έχει 1.000 κιλά.

Το κιλό είναι η βασική μονάδα μέτρησης της μάζας και το χρησιμοποιούν όλοι οι επιστήμονες στον κόσμο.

Όμως πολλοί λαοί στην καθημερινή τους ζωή χρησιμοποιούν άλλες μονάδες μέτρησης όπως: λίβρα ή ουγκιά, κλπ.



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

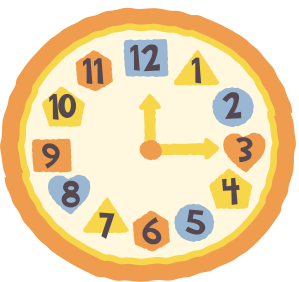


ONLINE TEST





Ενότητα 5η - Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ



51. Μετρώ τον χρόνο



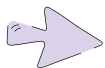
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Στην επιστημονική κοινότητα η βασική μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το **δευτερόλεπτο**.

Στην καθημερινότητα μας αξιοποιούμε **όλα τα πολλαπλάσια του δευτερολέπτου**, ανάλογα τη διάρκεια που θέλουμε να μετρήσουμε ή να περιγράψουμε.

Οι πιο συνηθισμένες μονάδες μέτρησης του χρόνου είναι **το λεπτό, η ώρα, η μέρα, η εβδομάδα, ο μήνας, το έτος, ο αιώνας, η χιλιετία**.

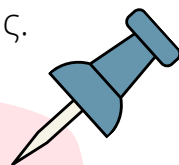
Θυμόμαστε ότι ένα λεπτό έχει εξήντα δευτερόλεπτα και μια ώρα έχει εξήντα λεπτά.



Άρα: 1 ώρα = 60 λεπτά = 3.600 δευτερόλεπτα



Σε κάθε υπολογισμό μας, όταν διαχειριζόμαστε διάφορα μεγέθη, πρέπει να έχουμε εξασφαλίσει ότι έχουν μετρηθεί στην ίδια μονάδα μέτρησης.



π.χ

Αν θέλουμε να αφαιρέσουμε από 2 ώρες 10 λεπτά, πρώτα θα κάνουμε τις ώρες λεπτά και μετά θα κάνουμε την αφαίρεση.

Δηλαδή:

$2 \text{ ώρες} - 10 \text{ λεπτά} = 120 \text{ λεπτά} - 10 \text{ λεπτά} = 110 \text{ λεπτά.}$





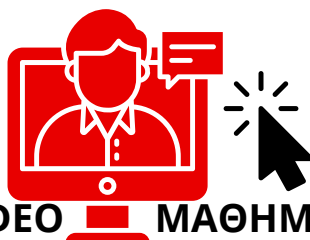
52. Μετρώ την αξία με χρήματα



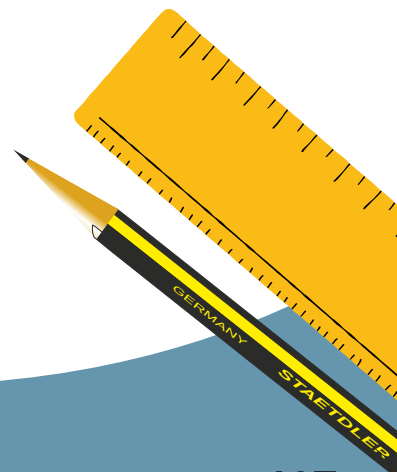
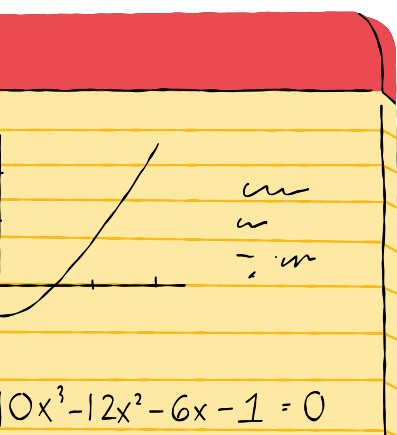
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Στην Ελλάδα, όπως και στις περισσότερες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, το νόμισμα είναι το **ευρώ**.

1 ευρώ αποτελείται από 100 λεπτά.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ







53. Γεωμετρικά μοτίβα



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μοτίβα συναντάμε συχνά στη φύση και στην καθημερινή μας ζωή.

Γεωμετρικά μοτίβα είναι τα μοτίβα που δημιουργούνται από επαναλαμβανόμενα γεωμετρικά σχήματα, που εμφανίζονται με συγκεκριμένη σειρά.

Κάθε μοτίβο, όπως και το γεωμετρικό, έχει έναν κανόνα, δηλαδή έναν συγκεκριμένο τρόπο με τον οποίο εμφανίζονται τα σχήματα.

Αν βρούμε τον κανόνα του μοτίβου μπορούμε να το συνεχίσουμε και να το επεκτείνουμε χωρίς περιορισμούς.







54. Αριθμητικά μοτίβα



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Αριθμητικά μοτίβα ονομάζουμε αυτά που δημιουργούνται από αριθμούς που εμφανίζονται με συγκεκριμένο τρόπο.

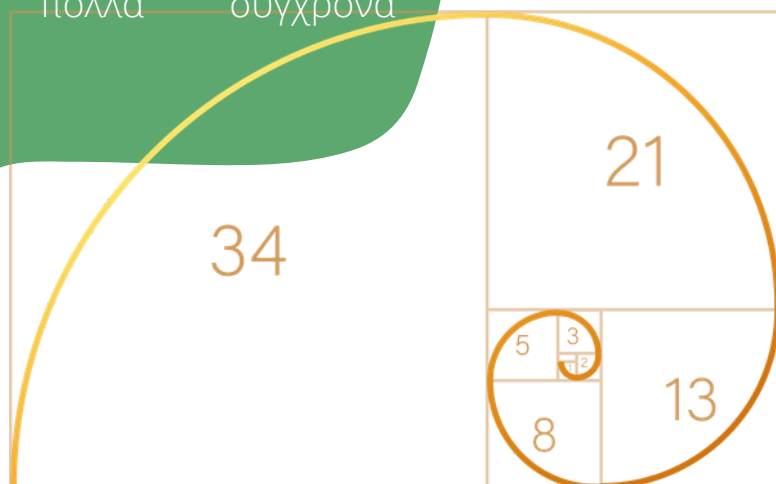
Όπως και τα γεωμετρικά, έτσι και τα αριθμητικά μοτίβα, έχουν έναν κανόνα, που μπορούμε να ανακαλύψουμε .

Με τον κανόνα μπορούμε να βρούμε άπειρους όρους ενός μοτίβου.

Συχνά χρησιμοποιούμε την **έννοια της ακολουθίας** για να αναφερθούμε στα αριθμητικά μοτίβα.

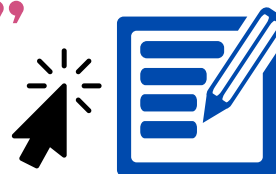


Η μελέτη των ακολουθιών είναι ένας
μεγάλος κλάδος της επιστήμης των
μαθηματικών και η ενασχόληση με
αυτήν έλυσε πολλά σύγχρονα
προβλήματα.





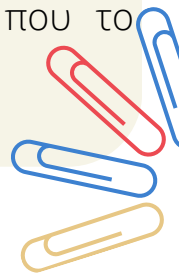
55. Σύνθετα Μοτίβα

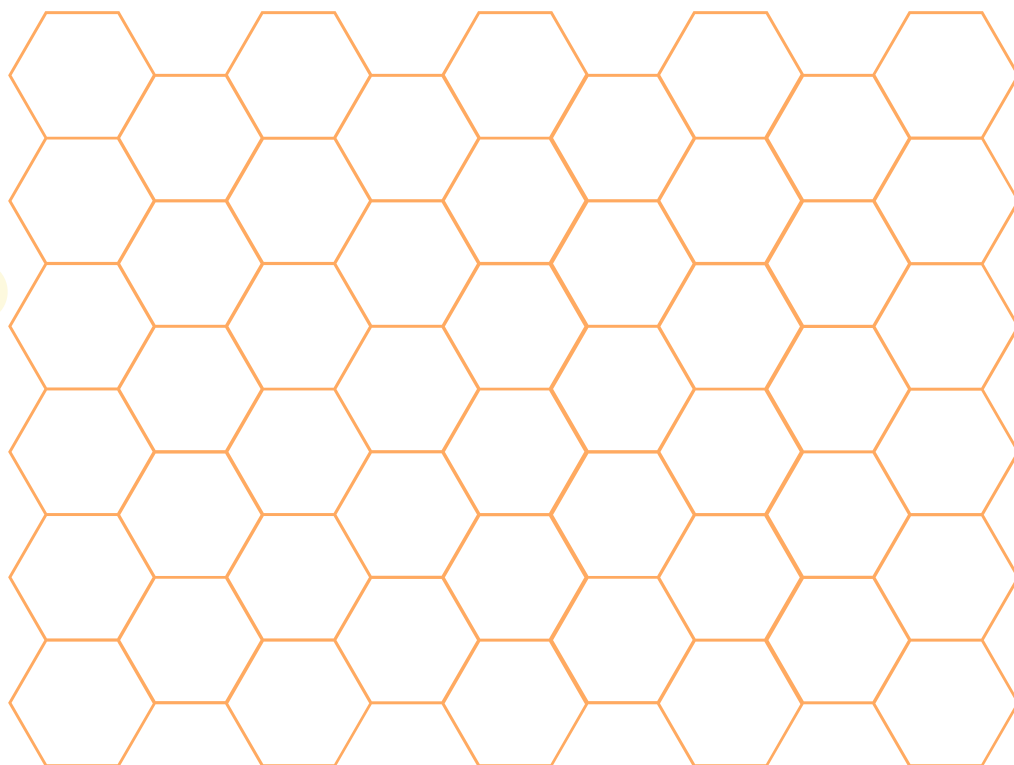
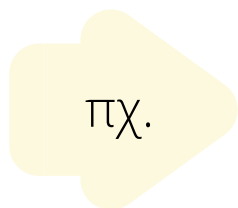


ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Σύνθετο μοτίβο έχουμε όταν ένα σχέδιο συνδυάζει αριθμητικό και γεωμετρικό μοτίβο.

Όταν μελετάμε ένα σύνθετο μοτίβο πρέπει να το «**χωρίσουμε**» σε δύο υπό-μοτίβα και να βρούμε τον κανόνα ξεχωριστά στο αριθμητικό και το γεωμετρικό μοτίβο που το συνθέτουν.





Στο παραπάνω μοτίβο βλέπουμε ότι έχουμε επανάληψη γεωμετρικών σχημάτων κατά συγκεκριμένο αριθμό και τρόπο.







56. Γεωμετρικά σχήματα- Πολύγωνα



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Πολύγωνο ονομάζουμε ένα κλειστό σχήμα που έχει τουλάχιστον 3 πλευρές και 3 γωνίες.

Αν έχουμε ένα πολύγωνο που έχει **όλες του τις πλευρές και όλες του τις γωνίες ίσες** τότε λέμε ότι είναι **κανονικό πολύγωνο** (πχ ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο).

Η ευθεία που ενώνει δύο απέναντι κορυφές ενός πολυγώνου ονομάζεται **διαγώνιος**.

Για να βρούμε το **ύψος του τριγώνου**, πρέπει να τραβήξουμε μια κάθετη γραμμή από μία από τις κορυφές του προς την απέναντι πλευρά. Αυτή η πλευρά του τότε λέγεται βάση του.



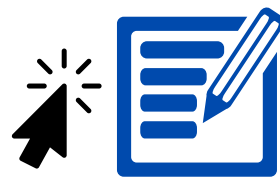
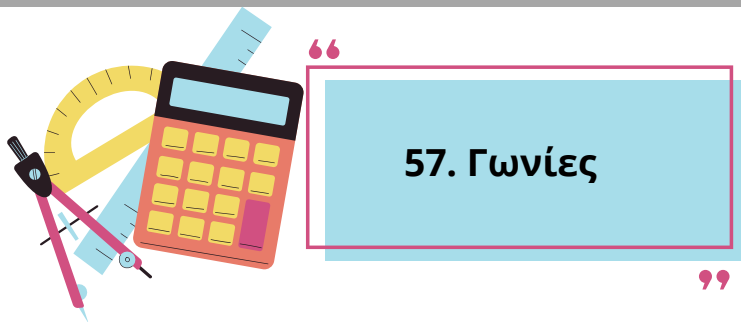


Για τα **τρίγωνα** έχουμε 2 μορφές διάκρισης:

- Ανάλογα με τις **πλευρές τους**:
ισόπλευρα (3 ίσες πλευρές),
ισοσκελή (2 ίσες πλευρές),
σκαληνά (καμία ίση πλευρά)

- Ανάλογα με τις **γωνίες τους**:
αμβλυγώνια (1 αμβλεία γωνία),
ορθογώνια (1 ορθή γωνία),
οξυγώνια (3 οξείες γωνίες)





ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Γωνία είναι ένα σχήμα που αποτελείται από 2 πλευρές οι οποίες έχουν κοινή αρχή (κορυφή).

Το άνοιγμα της γωνίας μας δείχνει πόσο μεγάλη ή μικρή είναι μια γωνία, δηλαδή μας **δείχνει το μέτρο της**.

Μετράμε τις γωνίες σε **μοίρες (°)** και χρησιμοποιούμε το μοιρογνωμόνιο ως όργανο μέτρησης των γωνιών.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

3 βασικές κατηγορίες γωνιών είναι οι αμβλείες, οι ορθές και οι οξείες.

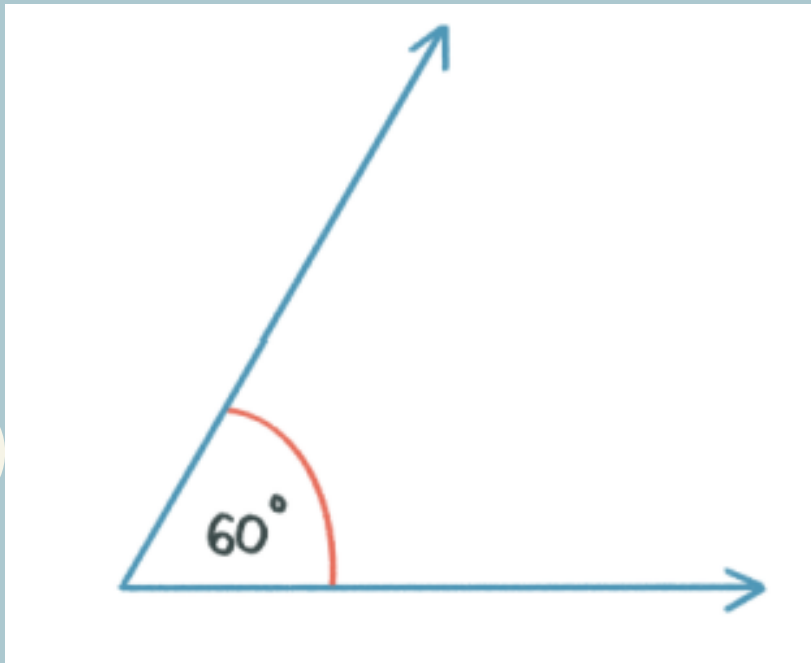
Ορθή είναι μια γωνία που είναι ακριβώς 90 μοίρες.

Αμβλεία είναι η γωνία με μέτρο μεγαλύτερο της ορθής ($>90^\circ$).

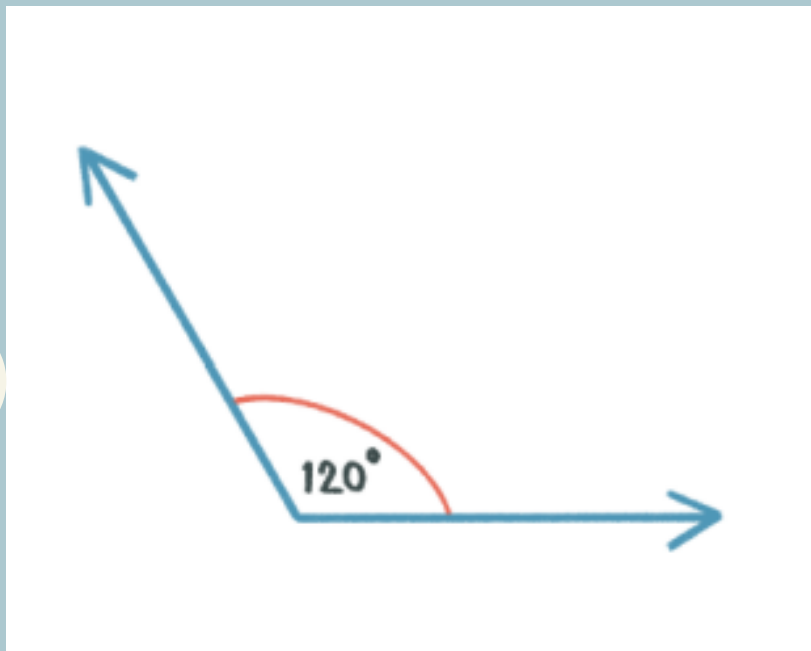
Οξεία είναι η γωνία με μέτρο μικρότερο της ορθής ($<90^\circ$).



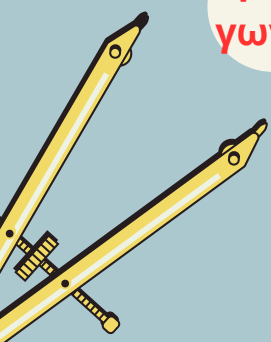
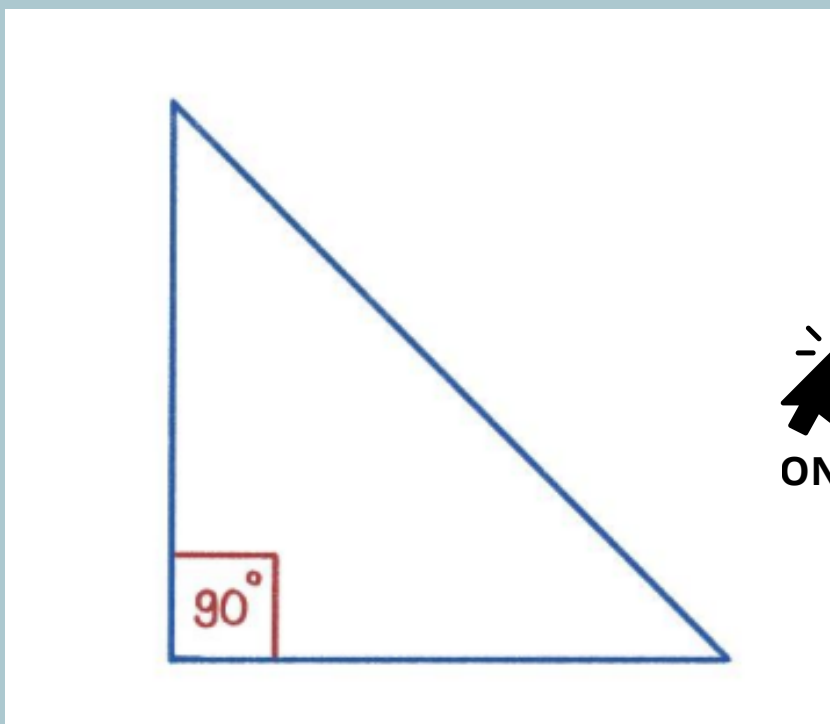
οξεία
γωνία



αβλεία
γωνία

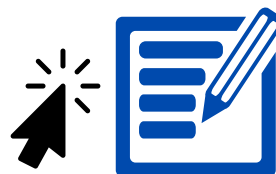


ορθή
γωνία





58. Σχεδιάζω γωνίες



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

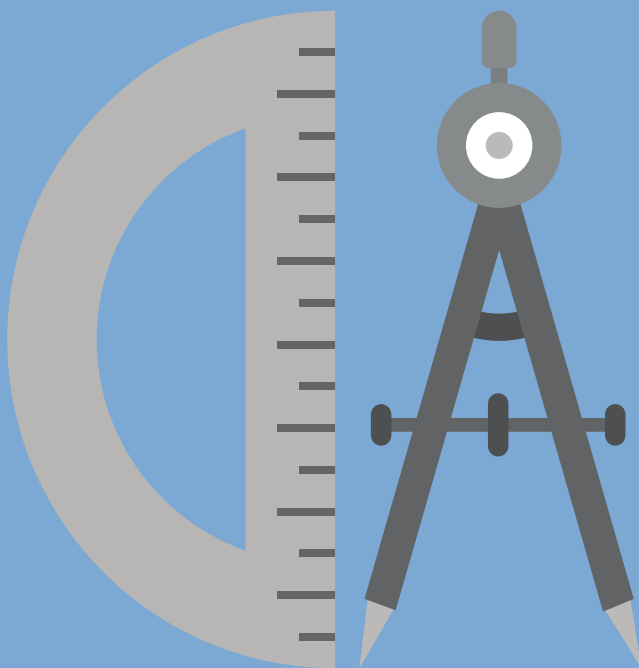
Για να σχεδιάσουμε μια γωνία χρειαζόμαστε **χάρακα και μοιρογνωμόνιο**.

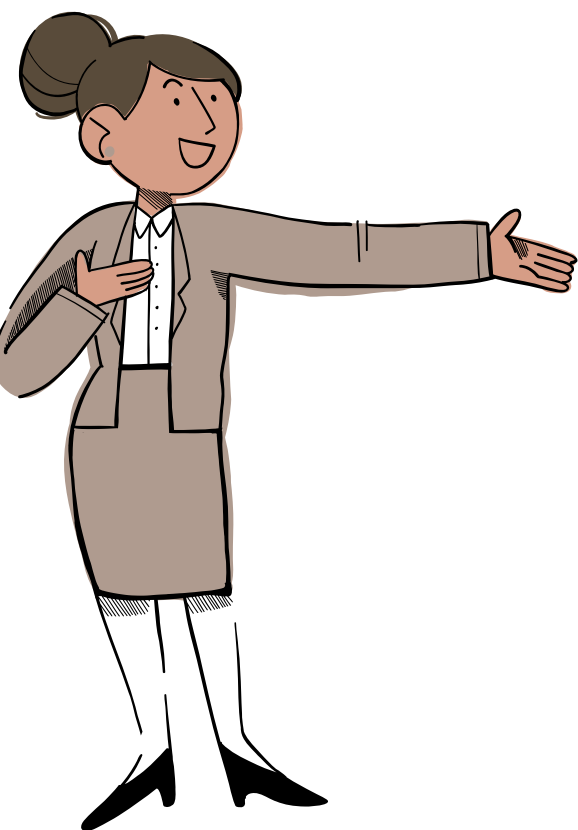
Το μέγεθος μιας γωνίας **δεν εξαρτάται** από το μήκος των πλευρών της, αλλά μόνο από το άνοιγμα της.

Μπορούμε να προσθέσουμε και να αφαιρέσουμε δυο γωνίες είτε υπολογίζοντας τις μοίρες τους είτε σχεδιάζοντας τες με κοινή κορυφή και βρίσκοντας ποια είναι η διαφορά τους.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

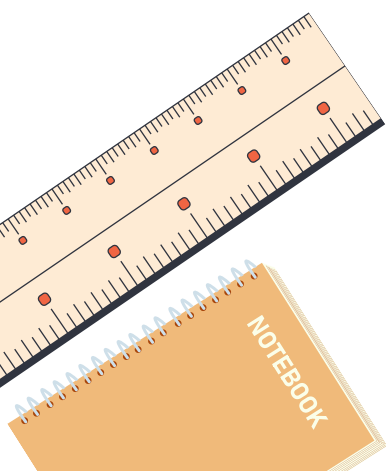
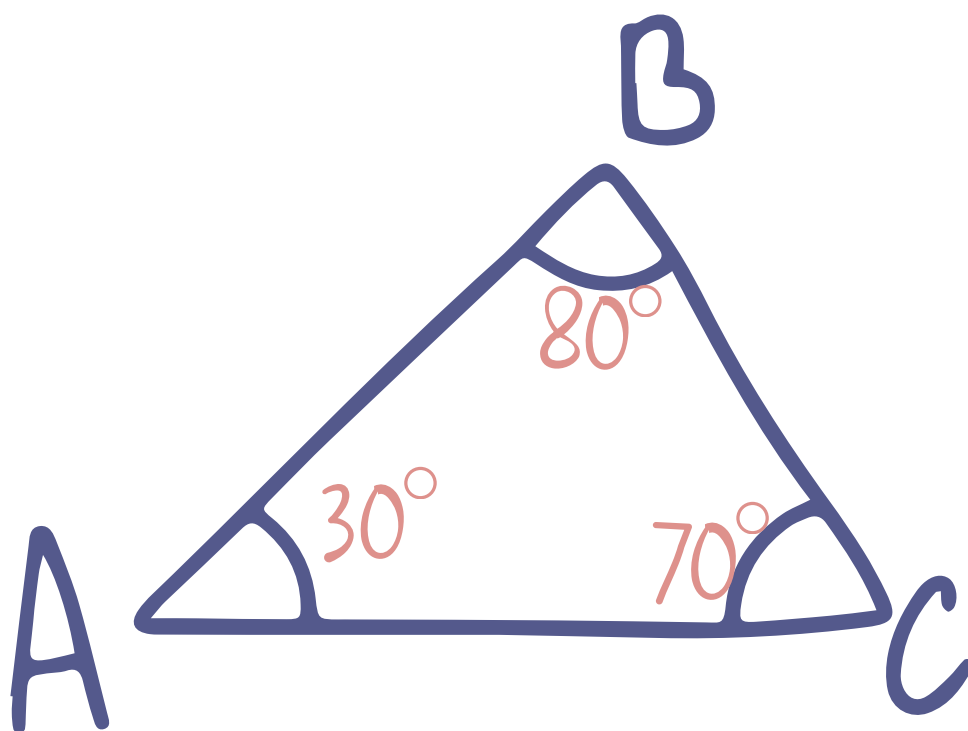




Θυμάμαι ότι σε κάθε τρίγωνο, το άθροισμα των γωνιών του είναι πάντα 180° !



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ





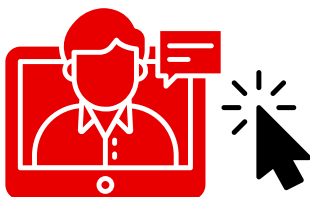
59. Μεγεθύνω-μικραίνω σχήματα



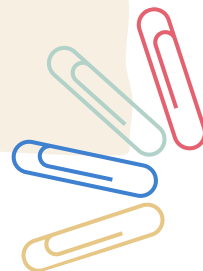
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Συχνά στην καθημερινή ζωή πρέπει να μελετήσουμε πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές αποστάσεις. Σε τέτοιες καταστάσεις χρησιμοποιούμε **αναπαραστάσεις σε κλίμακα** (πχ χάρτες, αρχιτεκτονικό σχέδιο, κ.λ.π.).

Κλίμακα ονομάζουμε μία σταθερή αναλογία (κλάσμα) που συνδέει την αναπαράσταση με τα μεγέθη στις φυσικές τους διαστάσεις.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



Όταν λέμε ότι σχεδιάσαμε έναν χάρτη με κλίμακα 1 προς 1.000 (1:1.000) εννοούμε ότι κάθε ένα εκατοστό του χάρτη μας ισοδυναμεί με 1.000 εκατοστά στην πραγματικότητα, δηλαδή με 10 μέτρα.



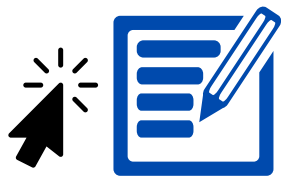


60. Αξονική συμμετρία

Η ευθεία που χωρίζει ένα σχήμα σε δυο ίδια μέρη ονομάζεται **άξονας συμμετρίας**.

Όταν σε ένα σχήμα μπορούμε να σχεδιάσουμε άξονα συμμετρίας τότε αυτό το σχήμα ονομάζεται **συμμετρικό** και συγκεκριμένα συμμετρικό ως προς έναν άξονα συμμετρίας.

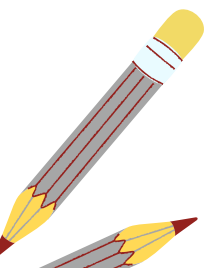
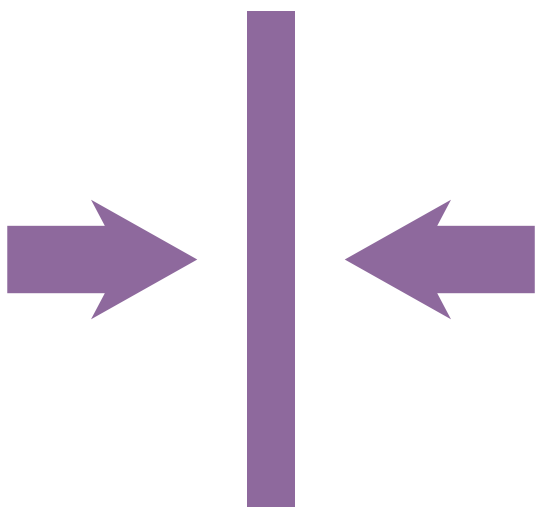
Αν έχουμε ένα σχήμα και μια ευθεία, μπορούμε να βρούμε το συμμετρικό του ως προς την συγκεκριμένη ευθεία.



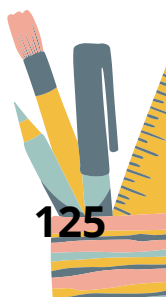
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



ONLINE TEST





61. Μετρώ επιφάνειες

Εμβαδόν ονομάζουμε την επιφάνεια που καλύπτει ένα σχήμα ή ένα αντικείμενο.

Όπως ξέρουμε, βασική μονάδα μέτρησης της επιφάνειας είναι το **τετραγωνικό μέτρο (τ.μ.)**.



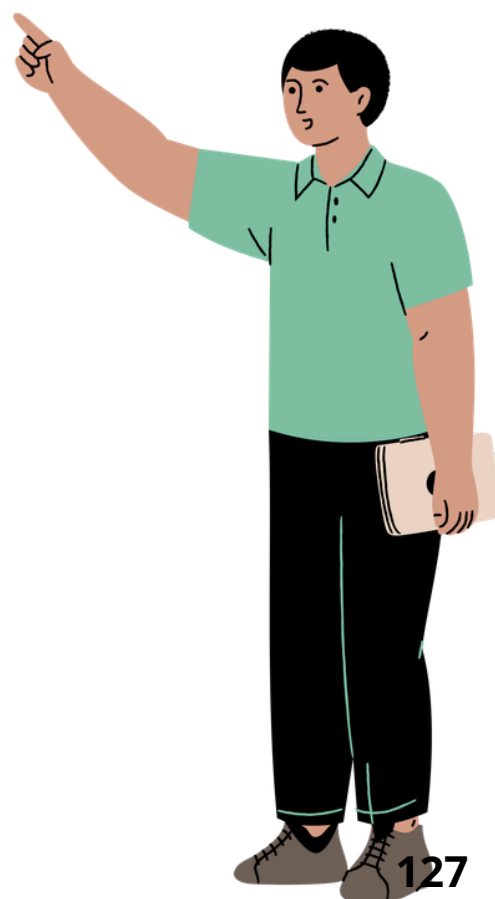
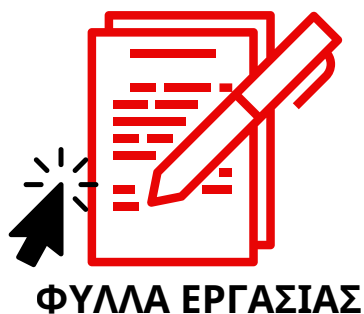
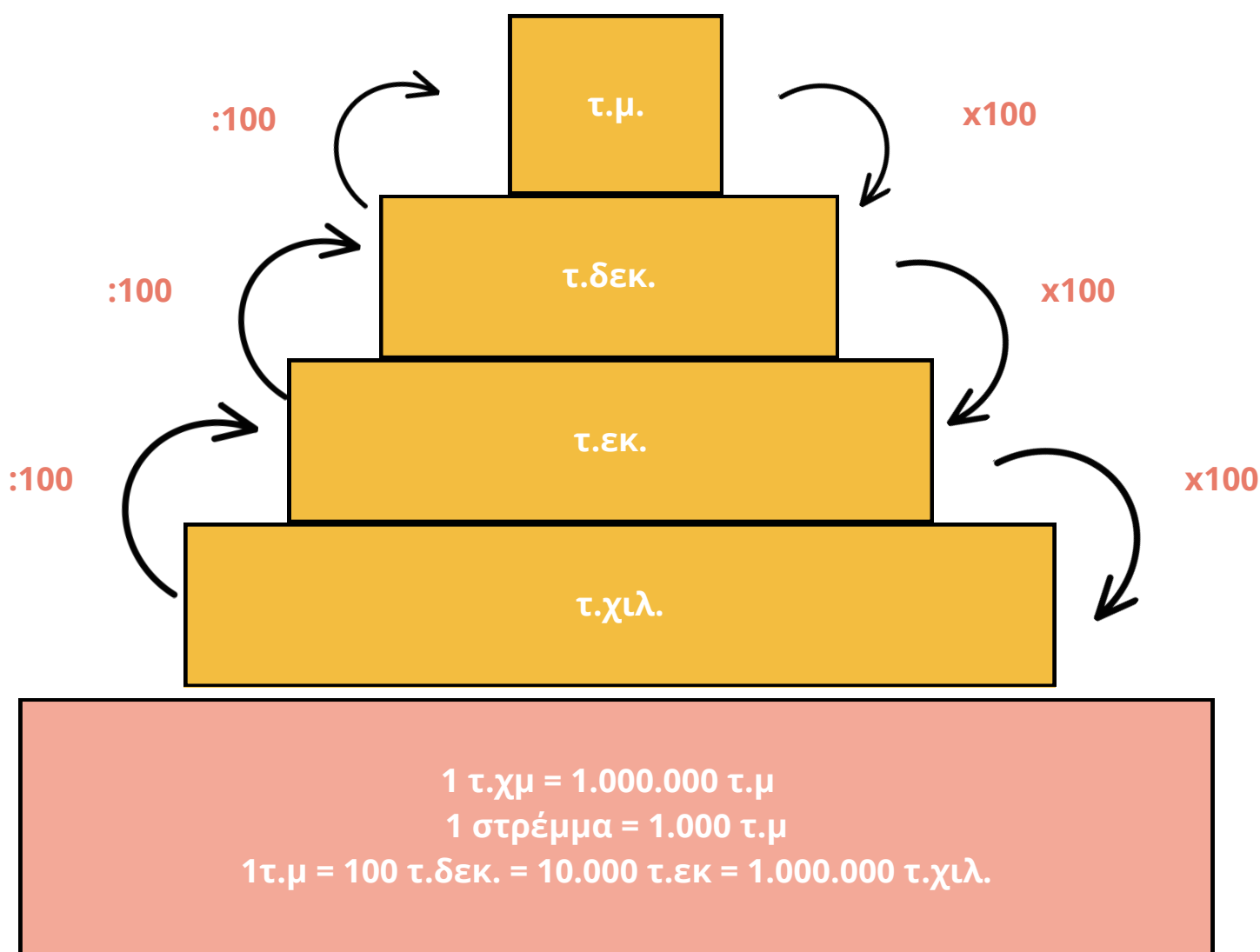
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για **μέτρηση μεγάλων επιφανειών** χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου όπως το **στρέμμα** (=1.000 τ.μ.) και το **τετραγωνικό χιλιόμετρο** (=1.000.000 τ.μ.).

Για μέτρηση **μικρότερων επιφανειών** χρησιμοποιούμε τις **διαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου**.

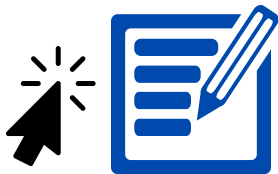


Κάνουμε τις μετατροπές όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:





62. Βρίσκω το εμβαδόν παραλληλογράμμου



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να βρούμε το **εμβαδόν του παραλληλογράμμου** αρκεί να πολλαπλασιάσουμε μία βάση του με το αντίστοιχο ύψος, δηλαδή :

$$E = \beta \times \upsilon$$

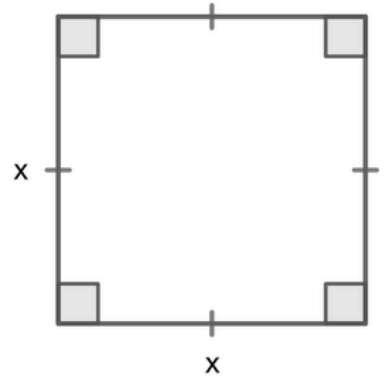
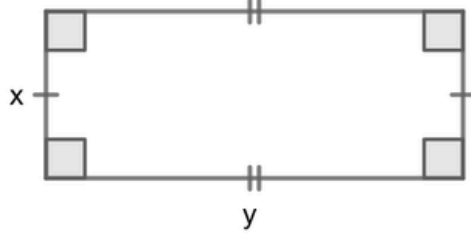
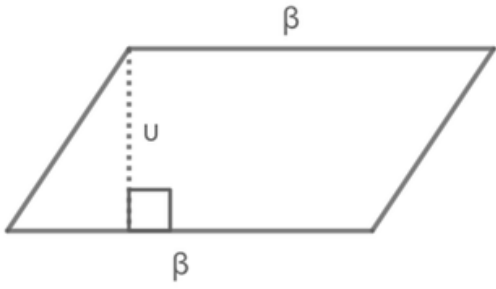
Όταν το σχήμα μας είναι **ορθογώνιο** η βάση και το ύψος είναι οι δυο κάθετες πλευρές δηλαδή:

$$E = x \times y$$

Όταν το σχήμα μας είναι **τετράγωνο**, ξέρουμε ότι όλες οι πλευρές είναι ίσες δηλαδή:

$$E = x \times x = x^2$$





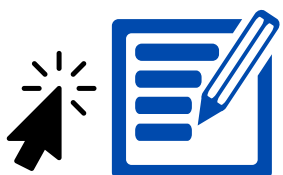
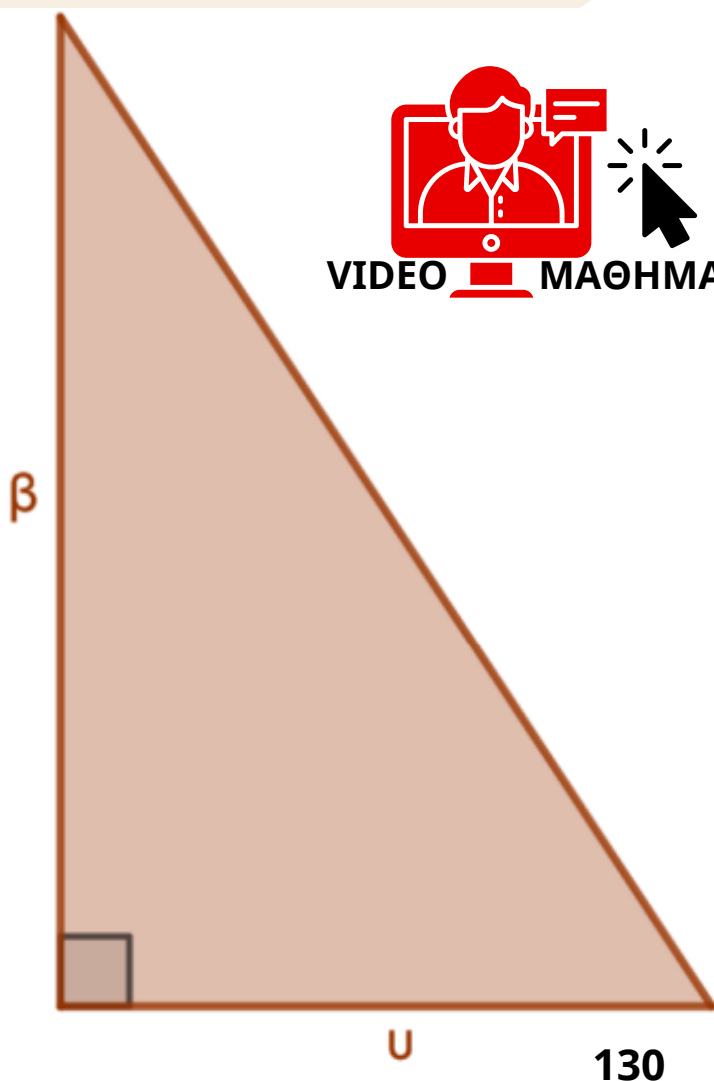
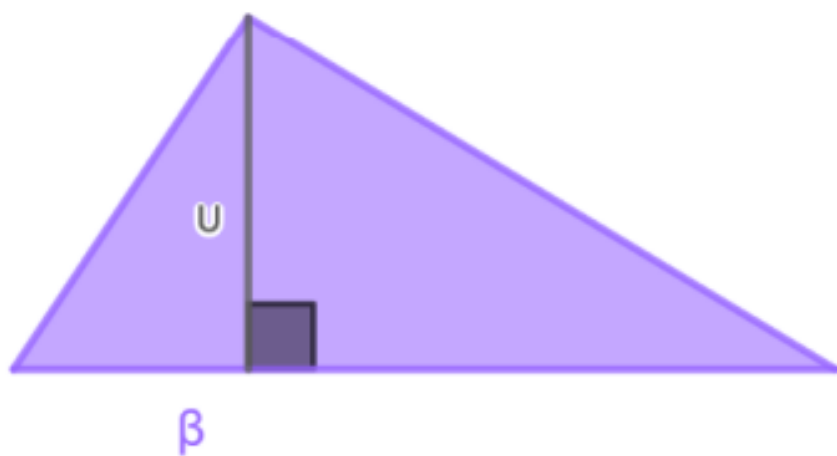


63. Βρίσκω το εμβαδόν τριγώνου

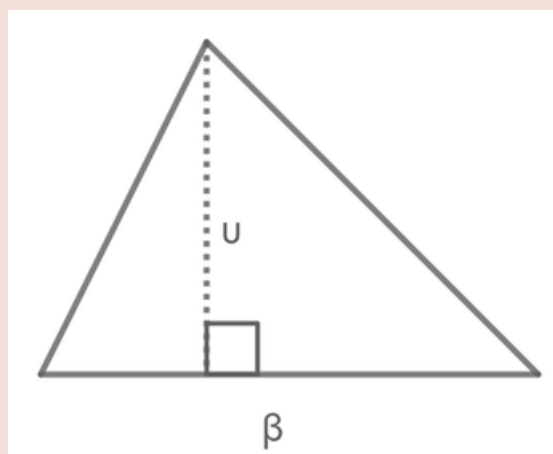
Το **εμβαδόν του τριγώνου** ισούται με το γινόμενο της βάσης επί το αντίστοιχο ύψος, διαιρεμένο με το δύο, δηλαδή:

$$Ε = \frac{\beta \times \upsilon}{2}$$

Σε ένα **ορθογώνιο τρίγωνο** η βάση και το ύψος αντιστοιχούν με τις δύο κάθετες πλευρές.



Για να σχεδιάσουμε ύψος τριγώνου αρκεί να ενώσουμε την κορυφή με την ευθεία της απέναντι πλευράς δημιουργώντας ορθή γωνία, δηλαδή το ύψος να τέμνει κάθετα την απέναντι πλευρά.





64. Βρίσκω το εμβαδόν τραπεζίου



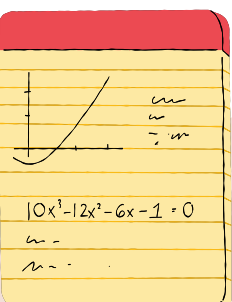
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

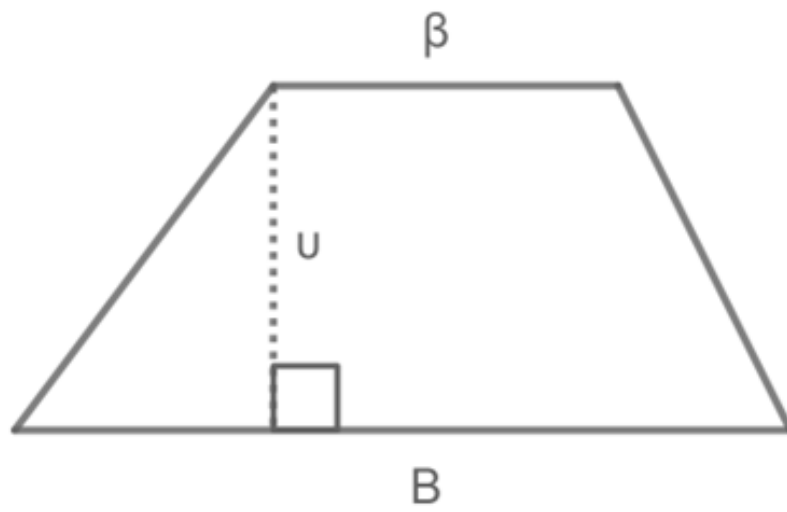
Τραπέζιο ονομάζουμε ένα τετράπλευρο που έχει μόνο δυο απέναντι πλευρές παράλληλες.

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τραπεζίου χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο:

$$E = \frac{(B + \beta) \times u}{2}$$

Όπου B είναι η μεγαλύτερη παράλληλη πλευρά, β είναι η μικρότερη παράλληλη πλευρά και u είναι το ύψος που τις συνδέει.







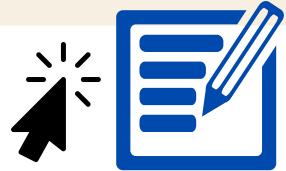
65. Βρίσκω το εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Το **εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου** δίνεται από τον τύπο:

$$E = \pi \times \rho^2$$

όπου ρ η ακτίνα του κύκλου και π δεκαδικός αριθμός που συνηθίζουμε να χρησιμοποιούμε ως ίσο με 3,14.

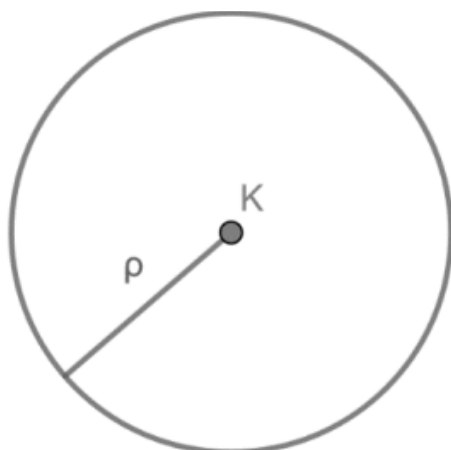
Παράδειγμα:



**ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

Γνωρίζουμε ότι μια κυκλική πλατεία έχει ακτίνα 30 μέτρα. Για να βρω το εμβαδόν της χρησιμοποιώ τον τύπο $E = \pi \times \rho^2$ και έχω:

$$E = \pi \times 30^2 = 3,14 \times 30^2 = 3,14 \times 900 = 2.826 \text{ τ.μ.}$$

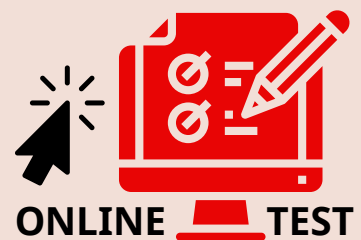
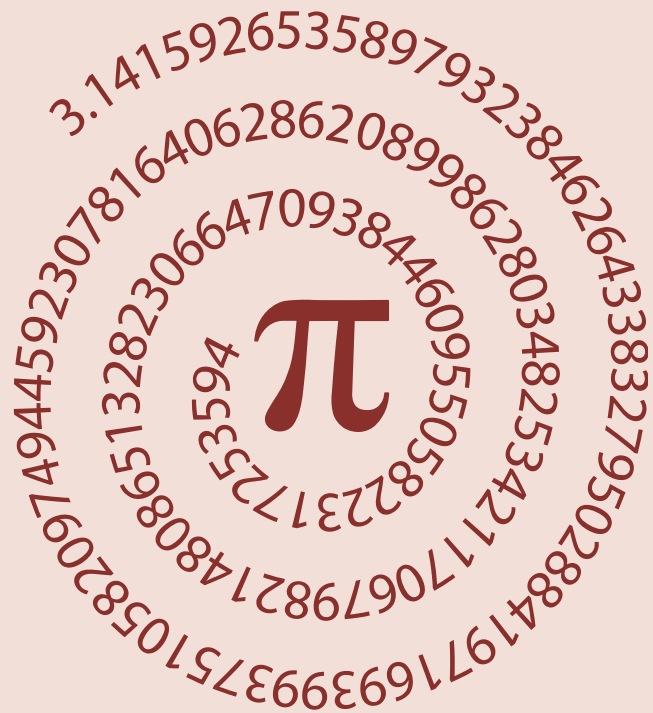


VIDEO ΜΑΘΗΜΑ

Ο αριθμός π έχει εμφανιστεί στα βιβλία των μαθηματικών από τα αρχαία χρόνια. Στην πραγματικότητα έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία, αλλά εμείς για ευκολία αξιοποιούμε τα δύο πρώτα. Δεν είναι τυχαίος αριθμός, αλλά προκύπτει πάντα όταν διαιρέσουμε το μήκος ενός κύκλου με την διάμετρό του.

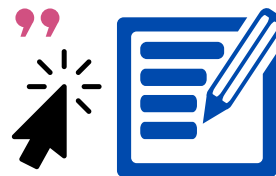


ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ





66. Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: έδρες και αναπτύγματα



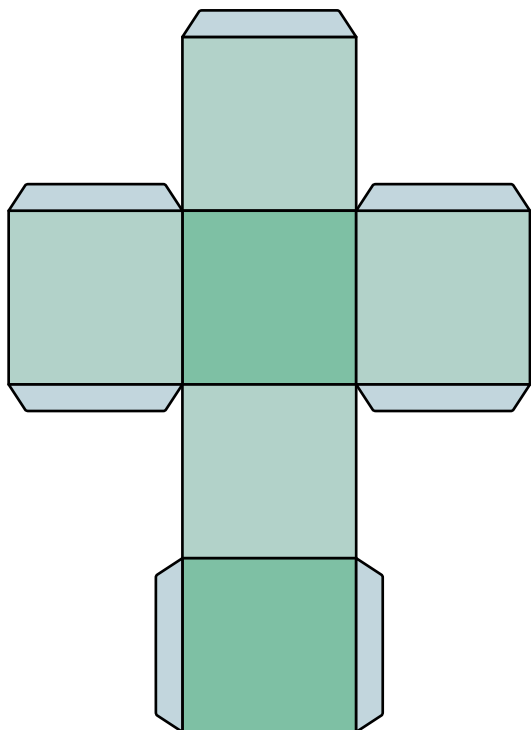
ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ο **κύβος** είναι ένα στερεό γεωμετρικό σχήμα που έχει 6 έδρες. Όλες οι έδρες του κύβου είναι ίσες μεταξύ τους. Κάθε έδρα στην οποία στηρίζεται ο κύβος και η απέναντί της ονομάζονται **βάσεις του κύβου** και οι υπόλοιπες αποτελούν την παράπλευρη επιφάνεια.

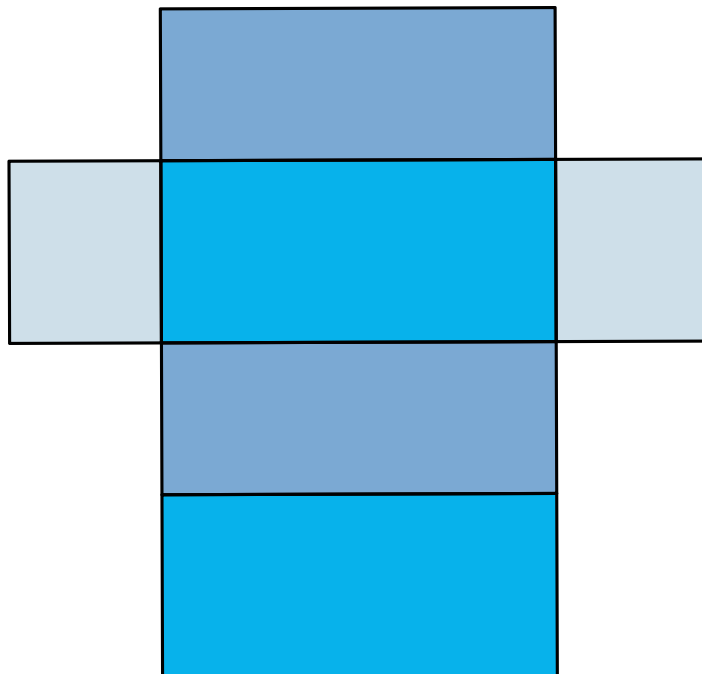
Το **ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο** είναι και αυτό στερεό με 6 έδρες. Έχει τις απέναντι βάσεις του ίσες. Έχει, όπως και ο κύβος, βάσεις και παράπλευρη επιφάνεια.

Ανάπτυγμα ενός στερεού είναι η απεικόνιση του σε ένα επίπεδο, κατάλληλα σχεδιασμένη έτσι ώστε αν διπλωθεί σωστά να σχηματίζει το στερεό.





Ανάπτυγμα κύβου



**Ανάπτυγμα ορθογωνίου
παραλληλεπιπέδου**





67. Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: ακμές και κορυφές



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ακμή σε ένα στερεό ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο έδρες ενός σχήματος.

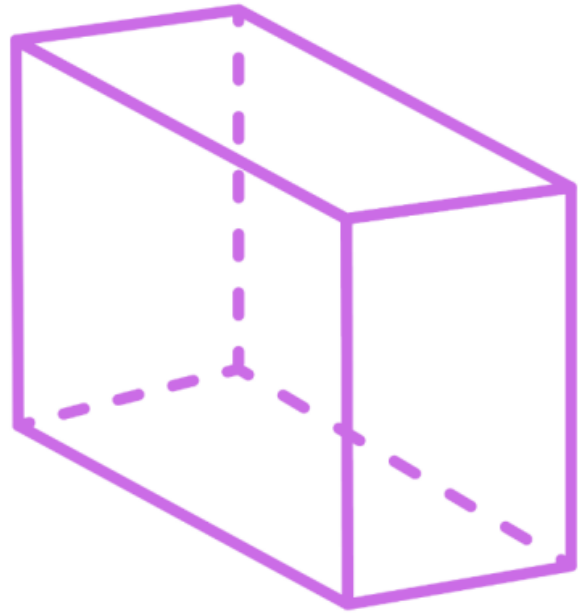
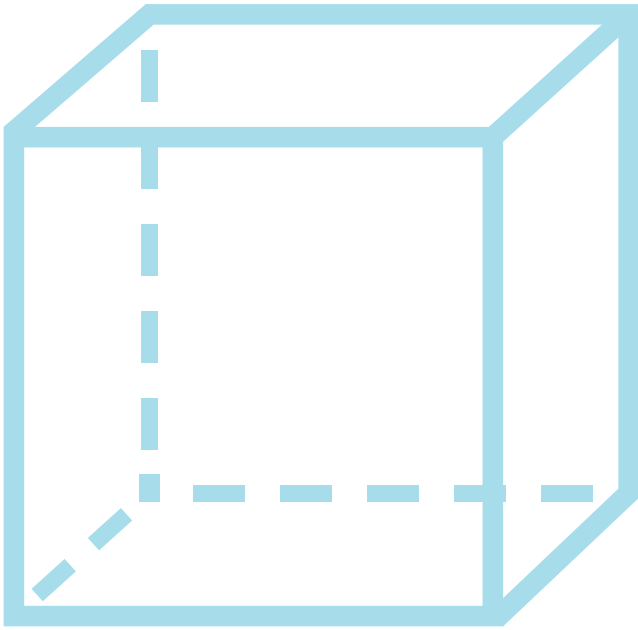
Ο **κύβος** και το **ορθογώνιο** παραλληλεπίπεδο έχουν **12 ακμές**.

Κορυφή ονομάζουμε το σημείο στο οποίο ενώνονται 3 ακμές.

Ο **κύβος** και το **ορθογώνιο** παραλληλεπίπεδο έχουν **8 κορυφές**.



VIDEO ΜΑΘΗΜΑ





68. Κύλινδρος



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ο **κύλινδρος** είναι ένα γεωμετρικό στερεό του οποίου οι βάσεις είναι κύκλοι και η παράπλευρη του επιφάνεια ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Βρίσκουμε το εμβαδόν του κυλίνδρου αν προσθέσουμε το εμβαδόν των δύο βάσεων με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας. Δηλαδή:

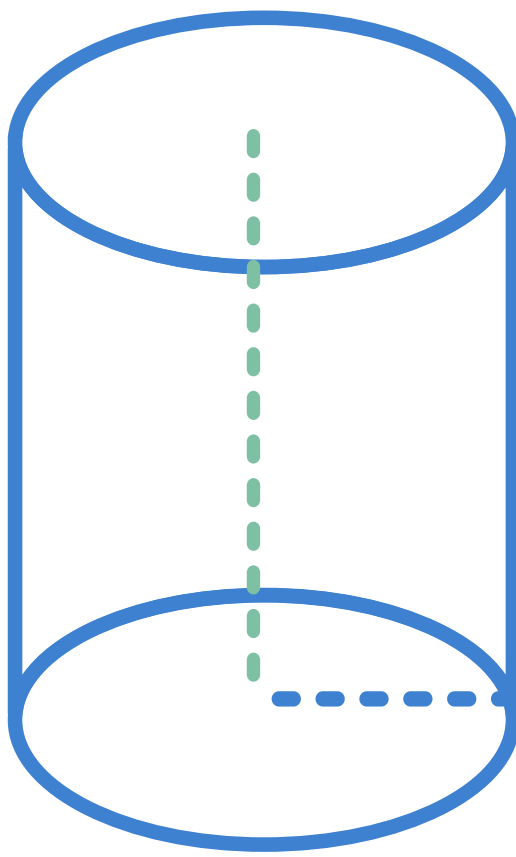
$$E = E_{\text{βάσης}} + E_{\text{βάσης}} + E_{\text{παράπλευρης}} = \alpha^2 \pi + \alpha^2 \pi + \beta \times \upsilon = 2\alpha^2 \pi + \beta \times \upsilon$$

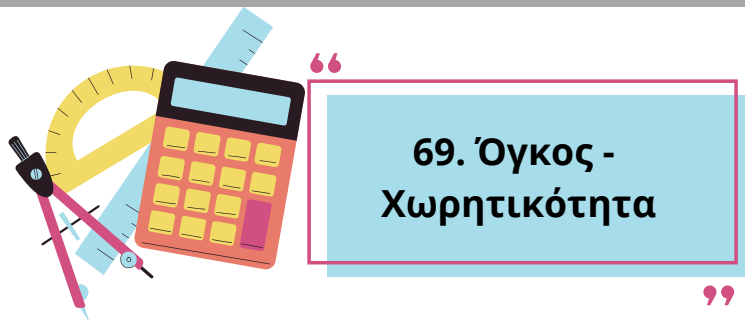
όπου α είναι η ακτίνα των κύκλων στις βάσεις, υ το ύψος του κυλίνδρου και β η βάση του που είναι ίση με την περίμετρο του κύκλου, δηλαδή:

$$\beta = 2 \times \alpha \times \pi$$



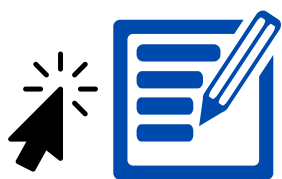
VIDEO ΜΑΘΗΜΑ



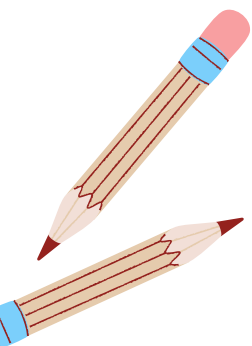
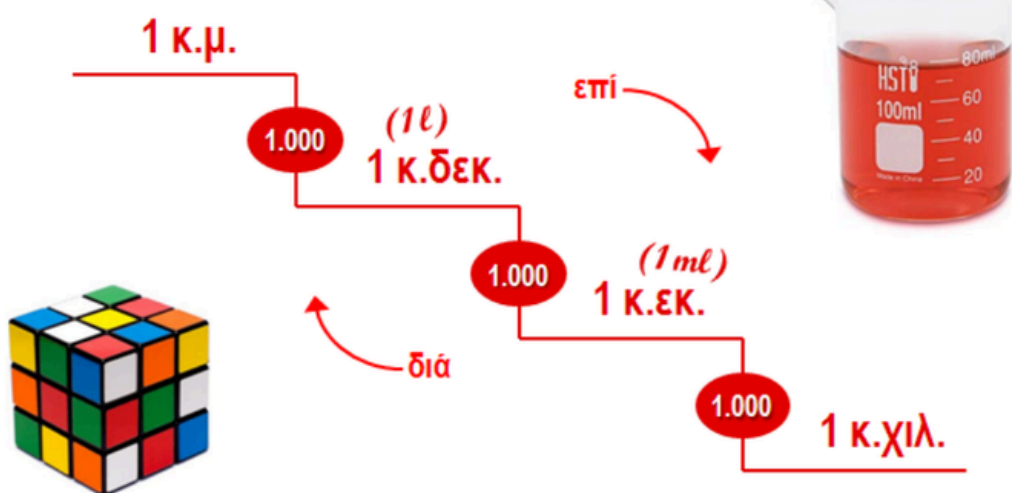
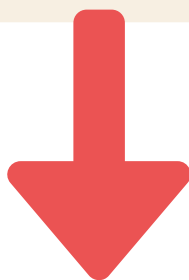


Ο **όγκος ενός στερεού** μας δείχνει πόσο χώρο πιάνει, πόσο «χωράει».

Μετράμε συνήθως την χωρητικότητα ενός στερεού αξιοποιώντας το κυβικό μέτρο (κ.μ.) και τις υποδιαιρέσεις του, όπως φαίνεται και στον πίνακα παρακάτω:



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ





Ενότητα 6η - Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού - ΘΕΩΡΙΑ



70. Όγκος κύβου
και ορθογωνίου
παραλληλεπιπέδου



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Για να βρούμε τον όγκο του κύβου αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τις τρεις πλευρές του:

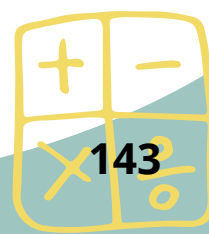
$$\text{Οκύβου} = \pi \times \pi \times \pi = \pi^3$$

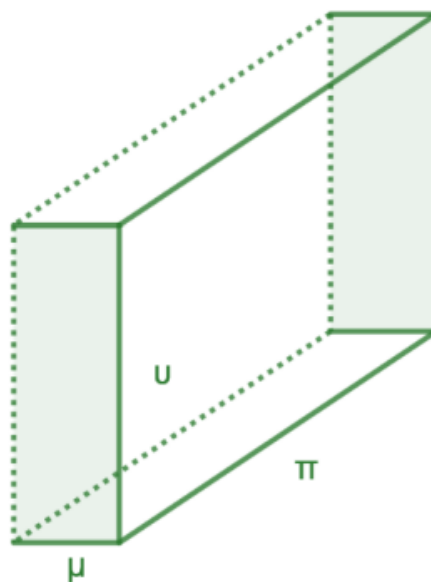
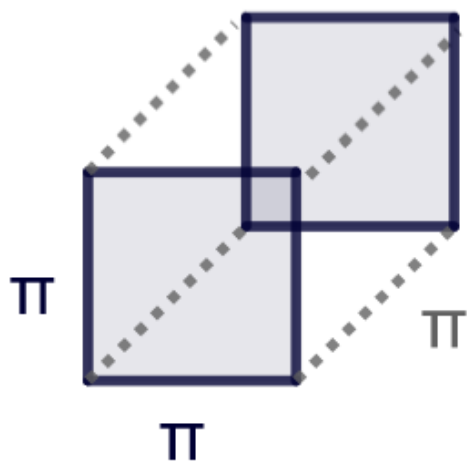
όπου π είναι η πλευρά του κύβου.

Για να βρούμε τον όγκο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τις τρεις διαστάσεις του:

$$\text{Ο}_{\text{παραλληλεπιπεδου}} = \mu \times \pi \times \upsilon$$

όπου μ το μήκος, π το πλάτος και υ το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.





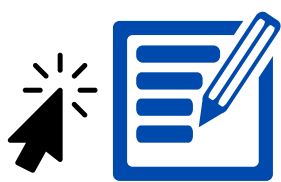


71. Όγκος κυλίνδρου

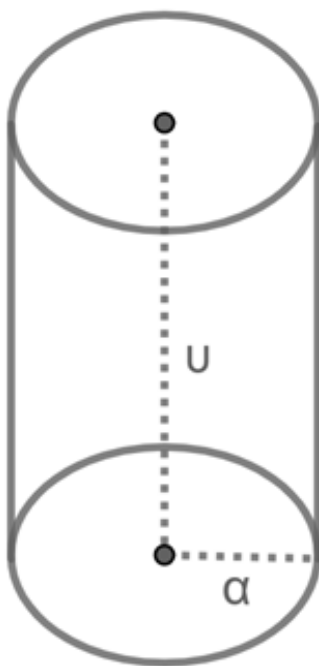
Για να βρούμε τον όγκο ενός κυλίνδρου πολλαπλασιάζουμε το εμβαδόν του κύκλου της βάσης με το ύψος του κυλίνδρου:

$$Ο_{\text{κυλινδρου}} = α \times α \times \pi \times υ = \pi α^2 υ$$

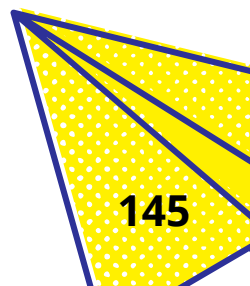
όπου α η ακτίνα του κύκλου της βάσης, π ο δεκαδικός αριθμός (περίπου = 3,14) και υ το ύψος του κυλίνδρου.



ΛΥΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ



ONLINE TEST



ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΚΔΟΣΗΣ:
Πρόδρομος Μιχαλάκης

© ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΛΥΣΑΡΙ | LISARI.GR
& Πρόδρομος Μιχαλάκης



Πανόρμου 14 & Σμύρνης,
12242, Αιγάλεω
τηλ.: 210 5982 614
e-mail: info@lisari.gr
www.lisari.gr

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται από τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν 2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και από τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η χωρίς γραπτή άδεια του εκδότη κατά οποιονδήποτε τρόπο ή οποιοδήποτε μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

